Universität der Bundeswehr München

Fakultät für Humanwissenschaften
Sozialwissenschaftliche Methodenlehre
Prof. Dr. Daniel Lois

Mehrebenenanalyse mit STATA: Grundlagen und Erweiterungen

Stand: April 2015 (V2.0)

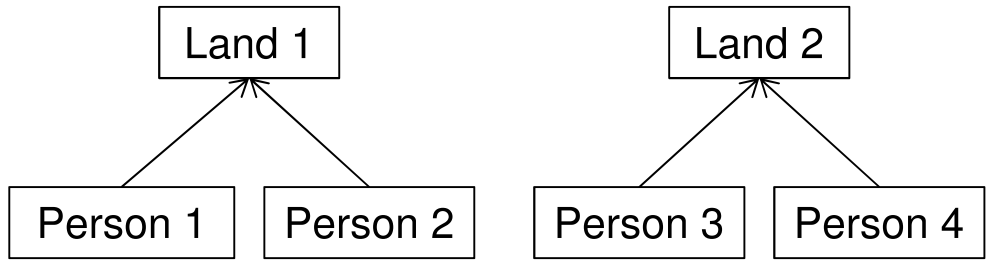
Inhaltsverzeichnis

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

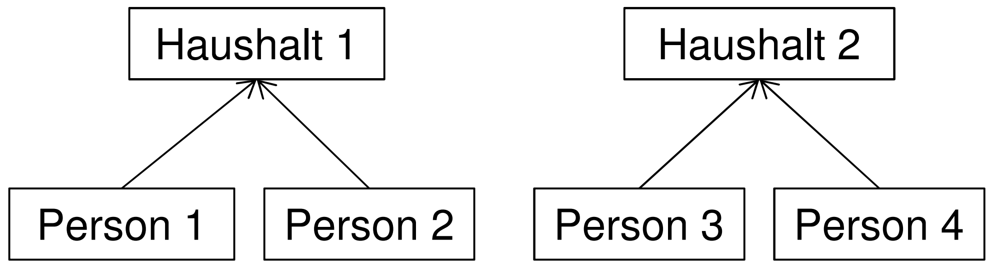
- Eine Mehrebenenstruktur liegt vor, wenn Daten einer Analyseebene hierarchisch in einer zweiten geschachtelt sind
- Die nächste Folie zeigt hierzu drei Beispiele: Personen (Ebene 1) sind der übergeordneten Ebene „Land“ oder „Haushalt“ zugeordnet
- Auch Längsschnitt- bzw. Paneldaten lassen sich als Mehrebenendaten auffassen; hier entspricht Ebene 1 den Messzeitpunkten und die übergeordnete Ebene 2 sind Personen, bei denen eine Variable mehrfach gemessen wird
- Auch komplexere Hierarchien mit 3 oder mehr Ebenen sind denkbar (siehe Beispiel 4)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

Beispiel 1: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Ländern (Ebene 2)

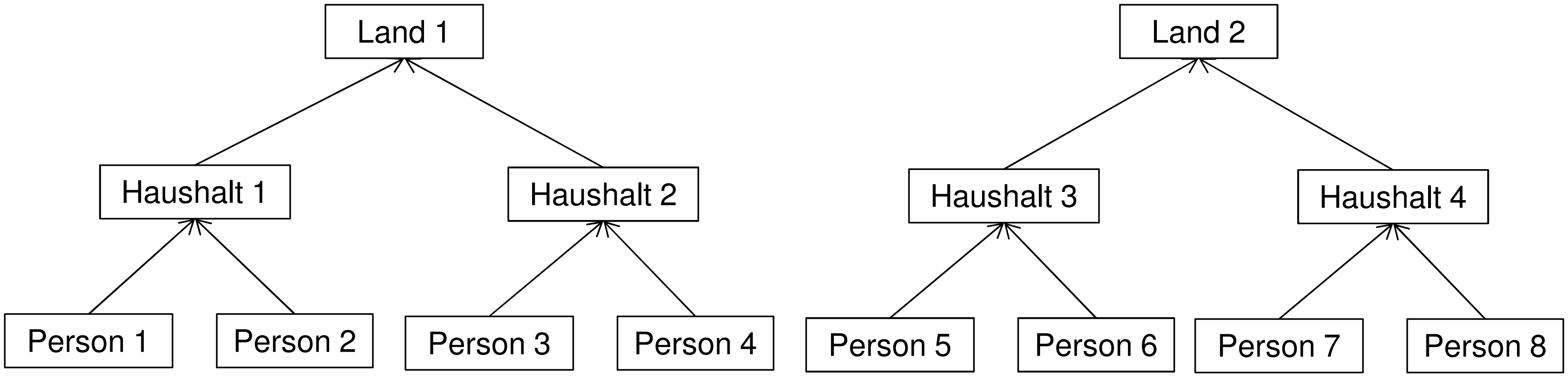


Beispiel 2: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalten (Ebene 2)



Beispiel 3: Messzeitpunkte (Ebene 1) gruppieren sich in Personen (Ebene 2)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



Beispiel 4: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalte (Ebene 2), Haushalte gruppieren sich in Länder (Ebene 3)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Wenn hierarchische Daten vorliegen, sind die einzelnen Beobachtungen auf Ebene 1 (z.B. Personenebene) nicht unabhängig voneinander, was bei der Datenanalyse zu berücksichtigen ist
- Geschieht dies nicht, können Schätzungen von Zusammenhängen, Varianzen und Signifikanzniveaus verfälscht werden (mehr zur Einführung in die Mehrebenenanalyse: → Skript MEA in SPSS)
- Das folgende Skript beschäftigt sich mit Verfahren zur Analyse von Mehrebenendaten im Programm STATA
- Die einführende Darstellung beschränkt sich auf 2 Ebenen, eine metrische abhängige Variable und Querschnittdaten
- Anschließend werden Panelanalysen als Erweiterung besprochen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Behandelt werden im Folgenden Mehrebenenmodelle mit Zufallskoeffizienten (**multilevel random coefficient modelin**g, MRCM)
- Diese Verfahren kann man sich konzeptuell als eine Reihe geschachtelter Regressionsanalysen vorstellen, in denen die Koeffizienten einer Analyseebene zur abhängigen Variablen auf der nächsten Analyseebene werden
- Deshalb wird oft auch von **„hierarchischen linearen Modellen“** (HLM) gesprochen
- Im Folgenden werden diese Modelle im Rahmen der „systems of equations“-Notation durch separate Gleichungen für jede Analyseebene beschrieben

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Beispieldaten: „National Longitudinal Study (1988)“, landesweite Studie zur Mathematikleistung von Schülern der 8. Klasse in den USA (nels88.dta)
- 21.580 Schüler(innen) in 1.003 Schulen (durchschnittlich 21,5 Schüler(innen) pro Schule)
- Abhängige Variable: Mathematikleistungstest (MW = 51,0, SD = 10,2)
- Unabhängige Variablen:
  - Level 1 (Schüler(in)): Sozioökonomischer Status der Eltern als Mittelwert von drei z-standardisierten Komponenten (Bildungsniveaus Mutter und Vater sowie Familieneinkommen)
  - Level 2 (Schulen): Anteil der Minoritätenschüler an der Schülerschaft einer Schule

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In einem ersten Schritt ist mit Hilfe eines sog. **Nullmodells** ohne erklärende Variablen zu überprüfen, ob die Anwendung eines Mehrebenenmodells notwendig und angemessen ist
- Neben verschiedenen grafischen Analysemöglichkeiten (siehe z.B. Luke 2004: 17ff), die sich vor allem bei einer überschaubaren Anzahl von Level 2-Einheiten anbieten, besteht ein formeller Test in der Berechnung des sog. **Intraklassenkorrelationskoeffizienten** (ICC, symbolisiert mit ρ, „rho“)
- Dieser gibt den Anteil der Level 2-Varianz an der Gesamtvarianz in der abhängigen Variablen wieder (σ_{u0} = Level 2-Varianz, σ_r = Level 1-Varianz):

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{(\sigma_{u0}^2 + \sigma_r^2)}$$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Wie das Nullmodell formal definiert ist, zeigt die nächste Folie
- Y_{ij} ist die Mathematikleistung von Schüler(in) i in Schule j
- Der einzige feste („fixed“) Effekt ist der Gesamtmittelwert („grand mean“) der Matheleistung über alle Schüler(innen) und alle Schulen (γ_{00})
- Der Fehlerterm wird in zwei Komponenten aufgeteilt:
  - Die Varianz zwischen Schulen (u_{oj}), d.h. Abweichungen des jeweiligen Schulmittelwertes vom Gesamtmittelwert und
  - Die Varianz zwischen Schülerinnen und Schülern innerhalb von Schulen (r_{ij}), d.h. die Abweichungen des jeweiligen individuellen Wertes vom Schulmittelwert
- u_{oj} und r_{ij} sind „random effects“

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Unkonditioniert („Nullmodell“)	1	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ i = 1,2…, n Level-1-Einheiten (hier: Schüler(innen) j = 1,2,…, m Level-2-Einheiten (hier: Schulen)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt die Ergebnisse des Nullmodells für das Beispiel
- Geschätzt wird hier nur ein fester Effekt, der Gesamtmittelwert der Matheleistung über alle Schüler(innen) und Schulen (50,8); dieser Wert entspricht γ_{00} in der Formel zu Modell Nr. 1
- Die Standardabweichung der Level 1-Residuen, d.h. die Abweichungen der Schüler(innen) vom Schulmittelwert (r_{ij}), entspricht dem Wert 8,75 („sd(Residual)")
- Die Standardabweichung des Random Intercept (u_{0j}), d.h. die Abweichungen der Schulmittelwerte vom Gesamtmittelwert (v1 ist die Schul-ID), entspricht dem Wert 5,15 („sd(_cons)")

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(0)       =         .
Log likelihood = -78482.726                     Prob > chi2        =         .

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |   50.80271   .1748084   290.62   0.000     50.46009    51.14533
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   5.153382    .132303      4.900489    5.419326
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.753068   .0431388      8.668924    8.838028
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  4430.18 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die Intraklassenkorrelation wird wie folgt berechnet: $5{,}15^2 / (5{,}15^2 + 8{,}75^2) = 0{,}257$
- 26% der Varianz in der Mathematikleistung gehen folglich auf Unterschiede zwischen den Schulen zurück und 74% entsprechend auf Unterschiede innerhalb von Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern
- Ob ein Mehrebenenmodell (gegenüber OLS) statistisch angemessen ist, zeigt der Likelihood-Ratio-Test unterhalb des Modelloutputs
- Nullhypothese: Modellanpassung verschlechtert sich nicht, wenn Random Intercept auf 0 restringiert wird (abzulehnen, da $p \leq 0{,}0000$)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Modellklasse wird unter dem Begriff **„Random Intercept“** zusammengefasst
- Annahme: Es gibt zwar Unterschiede im Y-Mittelwert zwischen den Level 2-Einheiten (variierende Intercepts), der Effekt einer oder mehrerer Level 1-Variablen unterscheidet sich jedoch in Richtung und Stärke nicht zwischen den Level 2-Einheiten
- In Modell Nr. 2 (nächste Folie) ist eine Individualvariable X_{ij} als Prädiktor enthalten, während die Level 2-Modellierung nach wie vor dem Nullmodell entspricht
- Dieses Modell ähnelt einer einfachen OLS-Regression, das Subscript j (bei β_0 und β_1) zeigt allerdings, dass je ein Level 1-Modell pro Level 2-Einheit geschätzt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktor auf Level 1	2	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt ein empirisches Beispiel mit dem Level 1-Prädiktor „ses“ (sozioökonomischer Status der Eltern)
- Pro Anstieg der ses-Skala um eine Standardabweichung erhöht sich die Mathematikleistung um β_{1j} = 4,84 Einheiten
- Wie in einer konventionellen Regression wird dabei implizit angenommen, dass der ses-Effekt nicht zwischen den Level 2-Einheiten (Schulen) variiert (das Modell ist dafür „blind“)
- u_{0j} (3,31) und r_{ij} (8,37) bilden nun den Teil der Streuung zwischen Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern ab, der nicht durch den sozioökonomischen Status der Eltern erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(1)       =   3048.86
Log likelihood = -77180.674                     Prob > chi2        =    0.0000
```

math	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ses	4.839826	.0876518	55.22	0.000	4.668032	5.01162
_cons	51.081	.1206795	423.28	0.000	50.84448	51.31753

Random-effects Parameters	Estimate	Std. Err.	[95% Conf.	Interval]
id: Identity				
sd(_cons)	3.312886	.1022267	3.118463	3.519429
sd(Residual)	8.365104	.041312	8.284525	8.446467

LR test vs. linear regression: chibar2(01) = 1402.63 Prob >= chibar2 = 0.0000

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird das Modell um einen Level 2-Prädiktor W_j erweitert
- Level 2-Variablen variieren nur zwischen den Kontexteinheiten (z.B. Schulen), sind jedoch innerhalb einer Kontexteinheit konstant
- Auf Level 2 werden nun Niveauunterschiede in der Matheleistung zwischen Schulen (β_{0j}) als Funktion des Prädiktors W_j erklärt
- u_{oj} bildet hier verbleibende Niveauunterschiede zwischen Schulen ab, die durch W_j nicht erklärt werden

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktoren auf beiden Ebenen	3	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Als Beispiel für einen Level 2-Prädiktor W_j wird die Variable „pminor“, der Anteil von Minoritätenschülern an der Schülerschaft einer Schule, aufgenommen
- Es zeigt sich ein negativer Segregationseffekt: Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern reduziert sich die individuelle Schülerleistung (γ_{01} = -0,71)
- Dennoch verbleiben signifikante unerklärte Leistungsunterschiede zwischen den Schulen (u_{oj} = 2,96)
- Der „Netto-ICC“ beträgt in diesem Modell noch: $2{,}96^2 / (8{,}36^2 + 2{,}96^2) =$ 0,11

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(2)       =   3439.77
Log likelihood = -77092.257                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.763394    .087467    54.46   0.000     4.591962    4.934826
      pminor |  -.7101004    .0515238  -13.78   0.000    -.8110852   -.6091155
       _cons |   53.15955    .1867613  284.64   0.000      52.7935    53.52559
------------------------------------------------------------------------------


------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   2.963009   .0956041      2.781431    3.156442
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.362506   .0412718      8.282004    8.443789
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  1118.30 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Zum Vergleich zeigt die folgende Folie ein konventionelles lineares Regressionsmodell (OLS) mit den gleichen Variablen
- Da die hierarchische Datenstruktur (Schüler(innen) in Schulen) unberücksichtigt bleibt, ist eine zentrale OLS-Annahme (unkorrelierte Residuen) verletzt
- Konsequenz: nach unten verzerrte Standardfehler
- Auch die Effekte der Kovariaten („ses“ und „pminor“) unterscheiden sich, da die Niveauunterschiede zwischen Schulen (Random Intercept) nicht im Modell kontrolliert sind

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

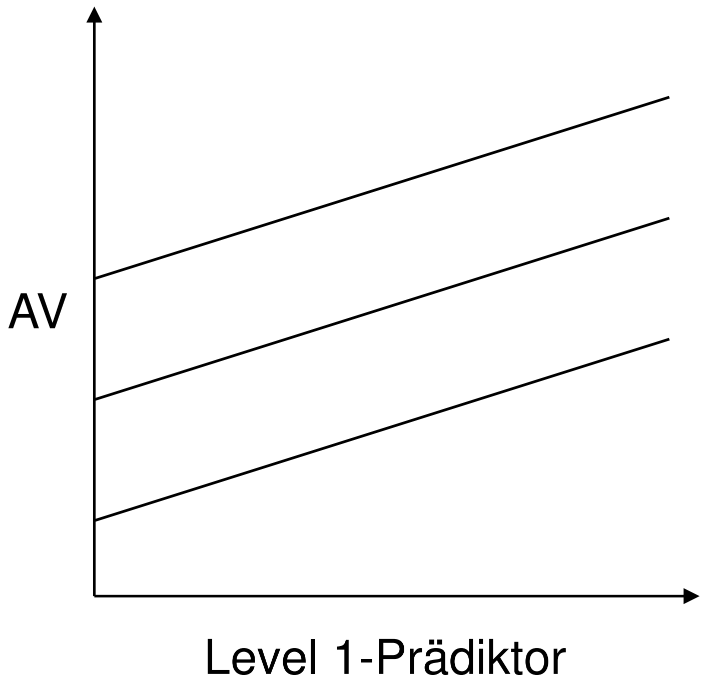
```
. reg math ses pminor

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   21580
-------------+------------------------------           F(  2, 21577) = 3519.47
       Model |  550226.065     2  275113.032           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  1686648.01 21577  78.1687913           R-squared     =  0.2460
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2459
       Total |  2236874.08 21579  103.659765           Root MSE      =  8.8413

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   5.774249   .0780922    73.94   0.000     5.621183    5.927316
      pminor |   -.622698   .0288439   -21.59   0.000    -.6792342   -.5661617
       _cons |   53.04134   .1029983   514.97   0.000     52.83945    53.24322
------------------------------------------------------------------------------
```

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

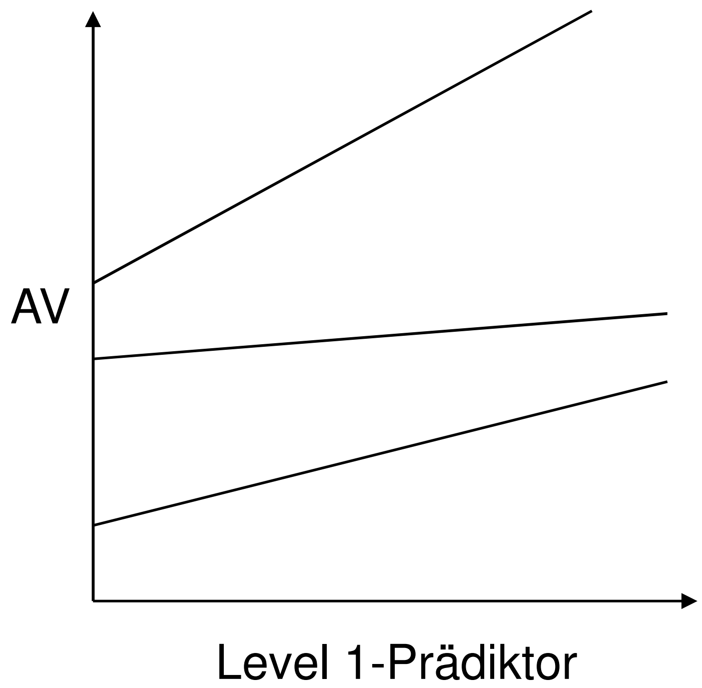
- Die nun vorzustellenden Modelle firmieren unter dem Begriff **„Random Slope“** oder „Slopes as Outcome“
- Derartige Modelle sind anzuwenden, wenn man davon ausgeht, dass sich nicht nur Unterschiede im mittleren Y-Wert zwischen den Level 2-Einheiten ergeben, sondern dass zusätzlich der Effekt eines Level 1-Prädiktors zwischen den Level 2-Einheiten variiert
- Das folgende Schaubild soll dies verdeutlichen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Random Intercept:



Random Slope:



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 4 wird für jede Level 2-Einheit ein Koeffizient β_{1j} (slope) für den Effekt von X_{ij} geschätzt
- Der mittlere Effekt von X_{ij} über alle Schulen hinweg wird durch γ_{10} repräsentiert
- u_{1j} ist eine neue Varianzkomponente und erfasst die Abweichungen der schulspezifischen X_{ij}-Effekte vom mittleren Effekt γ_{10}
- Wenn u_{1j} statistisch signifikant ist, ist der Random Slope angemessen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Slope (Nullmodell)	4	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt signifikant zwischen den Schulen unterscheidet (aus didaktischen Gründen ist auch die Level 2-Variable „pminor“ im Modell)
- Der mittlere ses-Effekt beträgt $\gamma_{10} = 4{,}72$
- Die Streuung der verschiedenen ses-Effekte in den Schulen um den mittleren ses-Effekt erfasst u_{1j} („sd(ses)“) = 0,942

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(2)       =   3069.95
Log likelihood = -77076.732                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.723051   .0929388    50.82   0.000     4.540894    4.905208
      pminor |  -.6992667   .0493492   -14.17   0.000    -.7959893   -.6025441
       _cons |   53.01624   .1827749   290.06   0.000       52.658    53.37447
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Unstructured             |
                     sd(ses) |   .9418268   .1922341      .6312978    1.405102
                   sd(_cons) |   2.932246   .0966765      2.748756    3.127984
            corr(ses,_cons)  |   .5621496    .133498      .2481426    .7692582
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.344917   .0419922      8.263019    8.427628
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression:       chi2(3) =  1149.35   Prob > chi2 = 0.0000

Note: LR test is conservative and provided only for reference.
```

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Ob der Random Slope für „ses“ notwendig ist, kann in STATA wie folgt getestet werden:
  - Berechnung eines Modells mit Random Intercept und festem Effekt von „ses“
  - Speichern der Schätzwerte mit `estimate store` („ri“, eine frei wählbare Abkürzung, steht für Random Intercept)
  - Berechnung eines Modells mit Random Slope für „ses“, speichern der Schätzwerte („rc“ für Random Component)
  - Likelihood-Ratio Test (Nullhypothese: Modellfit verschlechtert sich nicht, wenn Random Slope auf 0 restringiert wird)
  - Ergebnis: signifikante Verschlechterung der Modellanpassung ohne Random Slope, der damit angemessen ist

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

MEA Bonn.do*

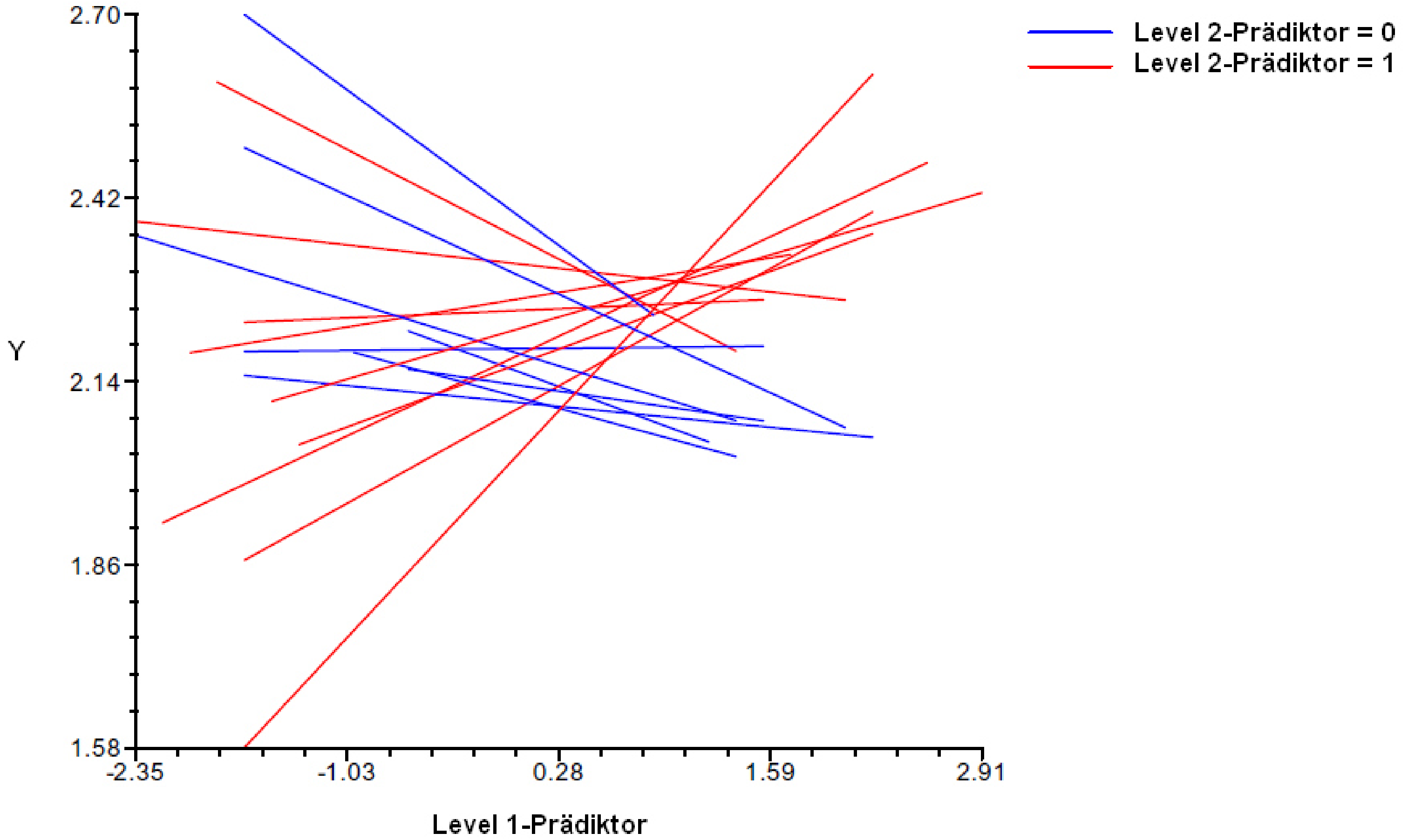
```
* Test der Slope-Varianz

xtmixed math ses pminor || id:, mle

estimates store ri

xtmixed math ses pminor || id: ses, covariance(unstructured) mle

estimates store rc

lrtest ri rc
```

```
. lrtest ri rc

Likelihood-ratio test                                 LR chi2(2)  =     31.05
(Assumption: ri nested in rc)                         Prob > chi2 =    0.0000

Note: The reported degrees of freedom assumes the null hypothesis is not on the
      boundary of the parameter space.  If this is not true, then the reported test is
      conservative.
```

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird nun versucht, nicht nur die Unterschiede zwischen den Level 2-Einheiten bei den Intercepts durch einen Level 2-Prädiktor W_j zu erklären, sondern auch die Unterschiede zwischen den Slopes
- Das Schaubild auf der nächste Folie soll dies verdeutlichen
- Die Regressionsgeraden stehen für variierende Effekte eines Level 1-Prädiktors in verschiedenen Level 2-Einheiten
- Die Einteilung der Level 2-Einheiten in eine blaue und eine rote Gruppe entspricht einem einfachen (dichotomen) Level 2-Prädiktor W_j
- W_j trägt zur Erklärung der Varianz in den Slopes bei, da der Level 1-Prädiktor in der blauen Gruppe eher negative, in der roten Gruppe dagegen eher positive Effekte hat

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 5 wird ein Interaktionseffekte eines Level 1-Prädiktors X_{ij} mit einem Level-2-Prädiktor W_j modelliert (sog. **„cross level interaction“**)
- Die Stärke und Signifikanz des Effektes γ_{11} gibt darüber Auskunft, inwieweit der Effekt des Level 1-Prädiktors X_{ij} in Abhängigkeit von der Ausprägung des Level 2-Prädiktors W_j variiert
- u_{ij} erfasst dann den Teil der Variation im Slope, der nicht durch W_j erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Slope mit „cross level interaction“	5	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} W_j + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt in Abhängigkeit vom Minoritätenanteil der Schule unterscheidet
- Die „cross level interaction" entspricht $\gamma_{11} = -0,189$
- Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern an einer Schule wird der positive Effekt des sozioökonomischen Status der Eltern auf die individuelle Leistung folglich schwächer
- $\gamma_{10} = 4,74$ ist der ses-Effekt bei pminor = 0; da pminor am Gesamtmittelwert zentriert wurde („grand mean centering"), handelt es sich hier um den ses-Effekt bei mittlerem Minoritätenanteil

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(3)       =   3152.73
Log likelihood = -77067.107                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.744627   .0920143    51.56   0.000     4.564282    4.924971
     pminorc |  -.7787827   .0528501   -14.74   0.000    -.8823671   -.6751984
  pminor_ses |  -.1899312   .0428567    -4.43   0.000    -.2739287   -.1059337
       _cons |   50.90841    .112466   452.66   0.000     50.68798    51.12884
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Unstructured             |
                     sd(ses) |   .8403691    .209818      .5151664    1.370858
                   sd(_cons) |   2.952152   .0966734      2.768628    3.147841
             corr(ses,_cons) |   .6446315   .1688401       .197231    .8698022
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.344065   .0419751      8.262199    8.426741
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression:       chi2(3) =  1162.66   Prob > chi2 = 0.0000
```

STATA-Syntax (metrische AV)

- Im Folgenden ist die generische STATA-Syntax für Mehrebenenanalysen im Rahmen des Befehls `xtmixed` dargestellt (für metrische AV)
- Die Option `mle` (maximum likelihood estimation“) ist in STATA 12 nicht mehr notwendig (ML ist hier Voreinstellung)
- Bei Modellen mit Random Slope ist die Option `covariance(unstructured)` empfehlenswert, da ansonsten eine Nullkorrelation zwischen Intercept und Slope angenommen wird
- „W_{jc}“ soll bedeuten, dass es sich bei cross-level-interaction häufig empfiehlt, den Level 2-Prädiktor an seinem Gesamtmittelwert zu zentrieren, um den Haupteffekt des Level 1-Prädikators sinnvoll interpretieren zu können (s.u.)

STATA-Syntax (metrische AV)

Klasse	Nr.	Generische STATA-Syntax (xtmixed)
Nullmodell	1	xtmixed Y_{ij} || level2id:, mle
Random Intercept mit Kovariaten (L1 + L2)	3	xtmixed Y_{ij} X_{ij} W_j || level2id:, mle
Random Slope (Nullmodell)	4	xtmixed Y_{ij} X_{ij} || level2id: X_{ij}, /// covariance(unstructured) mle
RS + „cross level interaction“	5	xtmixed Y_{ij} X_{ij} W_{jc} X_{ij}xW_{jc} || level2id: X_{ij}, /// covariance(unstructured) mle

STATA-Syntax (metrische AV)

- Mehrebenenmodelle (für metrische AV) können in STATA mit xtreg, xtmixed oder gllamm (nicht mehr empfohlen) geschätzt werden
- xtreg ist einerseits schneller, andererseits ist der Output sparsamer und es sind (im Vergleich zu xtmixed) nur Modelle mit Random Intercept und zwei Ebenen schätzbar
- Die hierarchische Struktur der Daten wird bei xtreg entweder mit xtset definiert (z.B. xtset id) oder innerhalb des xtreg-Befehls mit der i()–Option (siehe nächste Folie), bei xtmixed immer im Random Part des Befehls (nach „||")
- Wie die folgenden Folien zeigen, führen xtreg und xtmixed für ein 2 Level-Modell mit Random Intercept und ML-Schätzung zu (nahezu) identischen Ergebnissen

STATA-Syntax (metrische AV)

```
Random-effects ML regression                    Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67

                                                LR chi2(2)         =   2780.94
Log likelihood  = -77092.257                    Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.763393   .0904196    52.68   0.000     4.586174    4.940612
      pminor |  -.7101005   .0515622   -13.77   0.000    -.8111605   -.6090404
       _cons |   53.15955   .1867911   284.59   0.000     52.79344    53.52565
-------------+----------------------------------------------------------------
    /sigma_u |   2.963014   .0956041                      2.781435    3.156446
    /sigma_e |   8.362505   .0412718                      8.282004    8.443789
         rho |   .1115404   .0065395                      .0992452    .1248889
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01)= 1118.30 Prob>=chibar2 = 0.000
```

```
* Vergleich xtreg, xtmixed

xtmixed math ses pminor || id:, mle

xtreg math ses pminor, i(id) mle

```

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(2)       =   3439.77
Log likelihood = -77092.257                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.763394    .087467    54.46   0.000     4.591962    4.934826
      pminor |  -.7101004   .0515238   -13.78   0.000    -.8110852   -.6091155
       _cons |   53.15955   .1867613   284.64   0.000      52.7935    53.52559
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   2.963009   .0956041      2.781431    3.156442
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.362506   .0412718      8.282004    8.443789
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  1118.30 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- In der OLS-Regression gibt R^2 an, wie viel Varianz in der abhängigen Variablen durch die unabhängigen Variablen erklärt wird
- Unterschiede in Mehrebenenmodellen:
  - Es wird ein R^2 pro Ebene angegeben
  - Es kann je nach Berechnungsmethode vorkommen, dass sich das R^2 einer Ebene bei der Aufnahme zusätzlicher Prädiktoren reduziert und sogar negativ wird
- Im Folgenden wird je eine Berechnungsvariante für das totale R^2 sowie das Level-1 und das Level 2-R^2 demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R^2)

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(0)       =         .
Log likelihood = -78482.726                     Prob > chi2        =         .

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |   50.80271   .1748084   290.62   0.000     50.46009    51.14533
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                  var(_cons) |   26.55735   1.363615      24.01479     29.3691
-----------------------------+------------------------------------------------
               var(Residual) |    76.6162   .7551944      75.15025    78.11074
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  4430.18 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Totale Varianz des Nullmodells: 26,56 + 76,61 = 103,17

(Anm.: Varianzen statt Standardabweichungen werden in **xtmixed** mit der **variance**-Option ausgegeben)

Bestimmung des Modellfit (R^2)

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67

                                                Wald chi2(2)       =   3439.77
Log likelihood = -77092.257                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.763394    .087467    54.46   0.000     4.591962    4.934826
      pminor |  -.7101004   .0515238   -13.78   0.000    -.8110852   -.6091155
       _cons |   53.15955   .1867613   284.64   0.000      52.7935    53.52559
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   var(_cons) |   8.779424   .5665514      7.736357    9.963124
-----------------------------+------------------------------------------------
                var(Residual) |    69.9315   .6902706      68.5916    71.29758
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  1118.30 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Totale Residualvarianz des Vergleichsmodells:
8,78 + 69,93 = 78,71

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Totales R^2:

$$R^2 = \frac{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline} - (\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Comparison}}{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline}} = \frac{103{,}17 - 78{,}71}{103{,}17} = 0{,}237$$

- $\hat{\sigma}_r^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz innerhalb der Level-2-Einheiten und $\hat{\sigma}_{u0}^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz zwischen den Level-2-Einheiten, „Baseline“ = Nullmodell, „Comparison“ = Modell mit Kovariaten
- Die proportionale Reduzierung des Vorhersagefehlers durch die beiden Kovariaten beträgt 23,7%
- Im nächsten Schritt wird eine Variante zur Berechnung des R^2 getrennt nach Ebenen demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Berechnung des Level-1-R^2:

$$R_1^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{r\_Base} - \hat{\sigma}^2_{r\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{r\_Base}} = \frac{76{,}62 - 69{,}93}{76{,}62} = 0{,}087$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-1-Prädiktor) ist auf Level-1 um etwa 8,7% größer als im Nullmodell

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Berechnung des Level-2-R^2:

$$R_2^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base} - \hat{\sigma}^2_{u0\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base}} = \frac{26{,}56 - 8{,}78}{26{,}56} = 0{,}669$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-2-Prädiktor) ist auf Level-2 um etwa 67% größer als im Nullmodell

Visualisierung und Diagnostik

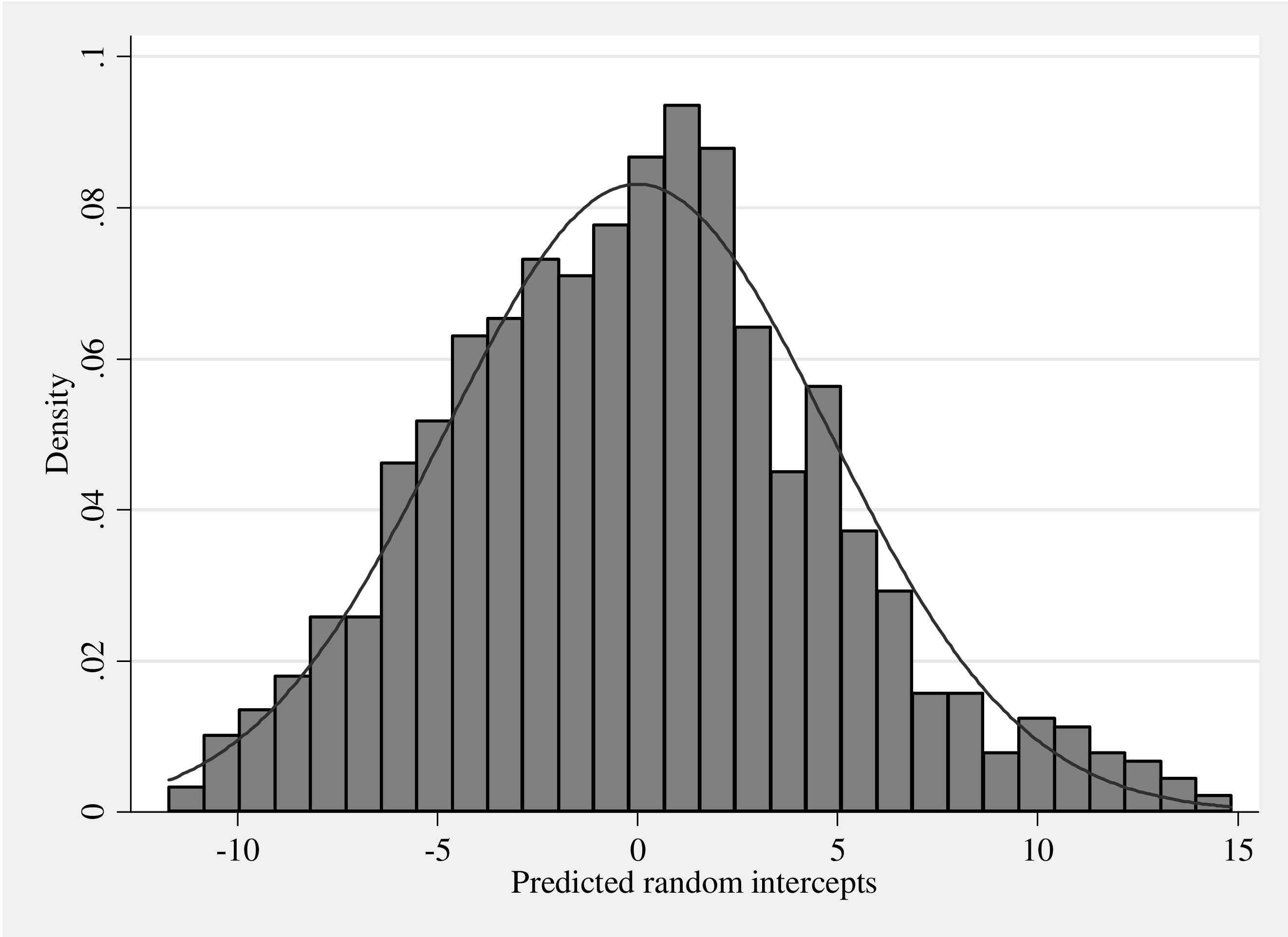
- Zum besseren Verständnis und zur Diagnostik von Mehrebenenmodellen stehen in STATA Optionen zur Visualisierung zur Verfügung:

```
* Visualisierung der Random Intercepts

xtmixed math || id:, mle
predict ebi, reffects
egen pickone = tag(id)
histogram ebi if pickone==1, normal xtitle(Predicted random intercepts)


* Visualisierung des Effekts eines Level 1-Prädikators (ses)
* im Radom Intercept Modell und Random Slope Modell

xtmixed math ses || id:, mle
predict predi, fitted
xtmixed math ses || id: ses, covariance(unstructured) mle
predict preds, fitted

sort id ses
twoway (line preds ses, connect(ascending)), xtitle(ses) ///
ytitle(Empirical Bayes regression lines for random slope) saving(rs)
twoway (line predi ses, connect(ascending)), xtitle(ses) ///
ytitle(Empirical Bayes regression lines for random intercept) saving(ri)
graph combine rs.gph ri.gph
```

Visualisierung und Diagnostik

- Um Niveauunterschiede in der Matheleistung zwischen Schulen (Random Intercept) zu visualisieren, greifen wir auf das Nullmodell zurück
- Mit dem predict-Befehl wird der einzige Random Effect („reffects“) dieses Modells, der Random Intercept, nach der „Empirical Bayes“-Methode geschätzt und in der Variable „ebi“ gespeichert
- Durch Erzeugung der Variable „pickone“ wählen wir eine Beobachtung pro Level 2-Einheit (hier: Schule) aus
- „ebi“ wird dann per Histogramm dargestellt

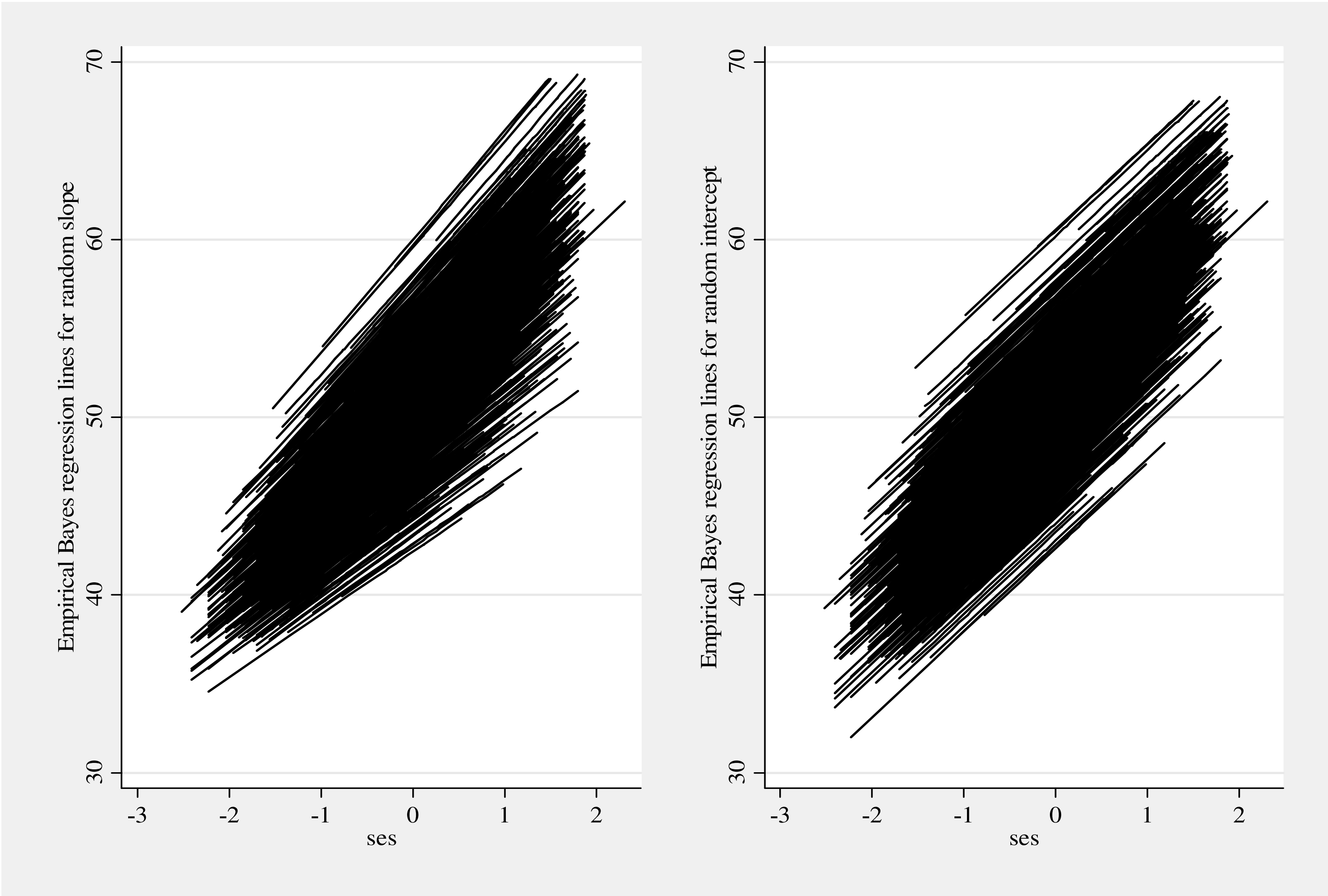
Visualisierung und Diagnostik



Visualisierung und Diagnostik

- Um den Unterschied zwischen Modellen mit Random Intercept und Random Slope zu visualisieren, schätzen wir entsprechende Modelle mit der einzigen Level 1-Kovariate „ses“
- Die vorhergesagten Werte werden mit predict in den Variablen „predi“ und „preds“ gespeichert
- Der Effekt von ses auf die Matheleistung in den verschiedenen Schulen wird dann mit Hilfe von „Spaghetti-Plots“ dargestellt

Visualisierung und Diagnostik



Visualisierung und Diagnostik

- Voraussetzungen und Annahmen der bisher vorgestellten Modelle:
  - Mindestens 30 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Intercept, mindestens 50 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Slope
  - Bei einer geringeren Anzahl von Levekl 2-Einheiten kann ein „retricted maximum likelihood“-Schätzer (REML) verwendet werden (`reml`-Option in `xtmixed`)
  - Kovariaten und Level 1-Residuen korrelieren mit 0 („level-1 exogeneity“)
  - Level 1-Kovariaten und Random Intercept korrelieren mit 0 („level-2 exogeneity“)
  - Homoskedastizität der Level 1-Residuen
  - Symmetrische Verteilung der totalen Residuen

Visualisierung und Diagnostik

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(2)       =   3439.77
Log likelihood = -77092.257                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.763394    .087467    54.46   0.000     4.591962    4.934826
      pminor |  -.7101004   .0515238   -13.78   0.000    -.8110852   -.6091155
       _cons |   53.15955   .1867613   284.64   0.000      52.7935    53.52559
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   2.963009   .0956041      2.781431    3.156442
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.362506   .0412718      8.282004    8.443789
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  1118.30 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

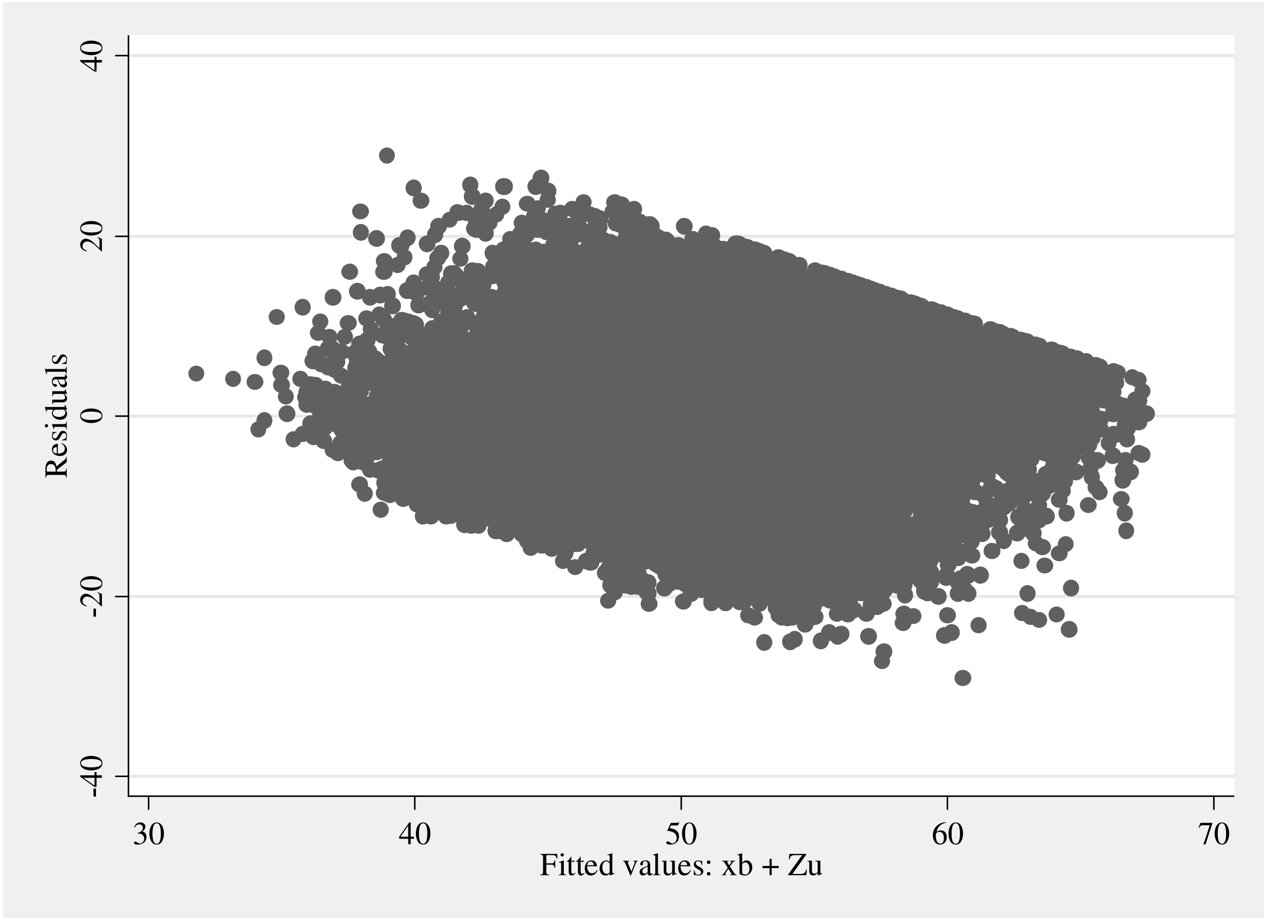
Visualisierung und Diagnostik

```
* Test auf Homoskedastizität der Level 1-Residuen

estimates restore ri
predict res1, residuals
predict fit1, fitted
twoway (scatter res1 fit1)


* Test auf Symmetrie der totalen Residuen

estimates restore ri
predict fixed, xb
gen totres = math - fixed
histogram totres, normal xtitle(Predicted total-residuals)
```

Visualisierung und Diagnostik

- Um die Homoskedastizität der Level 1-Residuen für das Modell mit den Prädikatoren „ses“ und „pminor“ zu überprüfen, speichern wir mit predict die Residuen und die vorhergesagten Werte in den Variablen „res“ und „fit“
- Anschließend wird ein Scatterplot dieser Variablen erzeugt, in dem kein systematisches Muster (z.B. ein Trichter) erkennbar sein sollte

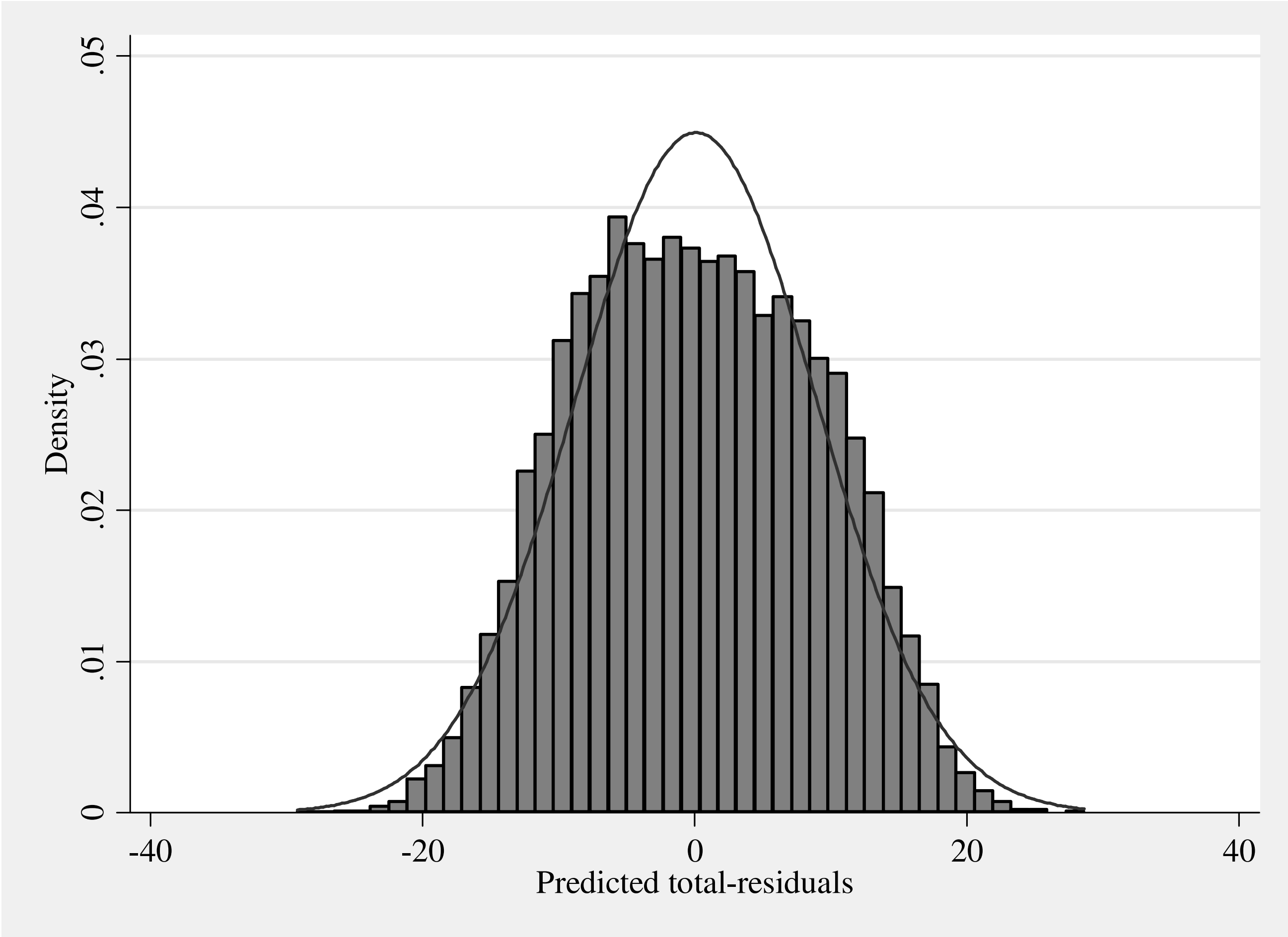
Visualisierung und Diagnostik



Visualisierung und Diagnostik

- Um die Symmetrie der Verteilung der totalen Residuen zu überprüfen, werden die Vorhersagewerte mit predict in der Variable „fixed“ gespeichert
- Anschließend werden die totalen Residuen als Differenz zwischen Vorhersagewerten („fixed“) und Beobachtungswerten („math“) gebildet (Variable „totres“)
- Diese Variable wird per Histogramm dargestellt; die Verteilung sollte symmetrisch und den zentralen Wert 0 sein

Visualisierung und Diagnostik



Visualisierung und Diagnostik

- Um einen „echten“ Level 1-Effekt zu identifizieren, sollte der Level 1-Prädikator nicht mit dem Random Intercept korrelieren („level-2 exogeneity“)
- Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, kann der clusterspezifische Mittelwert des Level 1-Prädiktors als zusätzlicher Regressor aufgenommen werden
- Am Beispiel der Variable „ses“ kann der schulspezifische Mittelwert der individuellen sozialen Herkunft („ses_mean“) mit folgendem Befehl erzeugt werden: `egen ses_mean = mean(ses), by(id)`

Visualisierung und Diagnostik

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67

                                                Wald chi2(3)       =   4173.50
Log likelihood =  -76956.73                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.216634   .0941995    44.76   0.000     4.032007    4.401262
    ses_mean |   3.954439   .2271654    17.41   0.000     3.509203    4.399675
      pminor |  -.4237252   .0482528    -8.78   0.000    -.5182989   -.3291515
       _cons |   52.50486   .1688981   310.87   0.000     52.17383     52.8359
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   2.464187   .0870663      2.299315    2.640882
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.358056   .0411981      8.277698    8.439194
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =   746.47 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Zentrierung

Typ	Funktion
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert bei „cross level interaction“	Interpretierbarkeit der konditionalen Haupteffekte
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert	Interpretierbarkeit der festen Regressionskonstante (γ_{00})
Zentrierung eines Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert	Differenzierung zwischen Level 1- und Level 2-Effekten (Binnenregression)

Zentrierung

- Im Unterschied zu konventionellen Modellen mit Festeffekten wird die Kontextvarianz (z.B. die Schulvarianz) durch den Random Intercept nicht vollständig, sondern nur teilweise kontrolliert
- Dadurch wird die Identifizierung von reinen Level 1-Effekten erschwert
- Abhilfe schafft eine Zentrierung des Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert, am Beispiel der Variable „ses" durch folgenden Befehl: `gen ses_gc = ses – ses_mean` („ses_mean" wurde weiter oben bereits gebildet)
- Wird „ses_gc" anstelle von „ses" in das Modell aufgenommen, ist das Resultat eine Binnenregression innerhalb von Schulen:

Zentrierung

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(2)       =   2244.42
Log likelihood = -77418.607                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      ses_gc |   4.216634    .094163    44.78   0.000     4.032078     4.40119
      pminor |  -1.112095   .0719114   -15.46   0.000    -1.253039   -.9711508
       _cons |   54.06114   .2627737   205.73   0.000     53.54611    54.57617
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Identity                 |
                   sd(_cons) |   4.591989   .1197349      4.363208    4.832765
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   8.354819   .0411699      8.274516    8.435901
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  3861.08 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Zentrierung

- Wiederholung zum „grand mean centering“ bei „cross level interaction“
- Ist ein Interaktionseffekt eines Level 1- mit einem Level 2-Prädiktor im Modell (hier: ses x pminor), gilt der Haupteffekt von „ses“ bei „pminor“ = 0 und der Haupteffekt von „pminor“ bei „ses“ = 0
- Indem „pminor“ an seinem Mittelwert zentriert wird, gilt der „ses“-Haupteffekt (4,74) für mittleren Minoritätenanteil
- Bei „ses“ handelt es sich um eine z-standardisierte Variable, die somit bereits zentriert ist
- Der Haupteffekt von „pminor“ (-0,78) gilt somit für Schüler mit mittlerem sozioökonomischen Status

Zentrierung

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =     21580
Group variable: id                              Number of groups   =      1003

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      21.5
                                                               max =        67


                                                Wald chi2(3)       =   3152.73
Log likelihood = -77067.107                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         ses |   4.744627   .0920143    51.56   0.000     4.564282    4.924971
     pminorc |  -.7787827   .0528501   -14.74   0.000    -.8823671   -.6751984
  pminor_ses |  -.1899312   .0428567    -4.43   0.000    -.2739287   -.1059337
       _cons |   50.90841    .112466   452.66   0.000     50.68798    51.12884
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Unstructured             |
                    sd(ses)  |   .8403691    .209818      .5151664    1.370858
                  sd(_cons)  |   2.952152   .0966734      2.768628    3.147841
            corr(ses,_cons)  |   .6446315   .1688401       .197231    .8698022
-----------------------------+------------------------------------------------
               sd(Residual)  |   8.344065   .0419751      8.262199    8.426741
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression:       chi2(3) =  1162.66   Prob > chi2 = 0.0000
```

Anwendungsempfehlungen

- Modelle schrittweise aufbauen (erst Nullmodell, dann Random Intercept, dann Random Slope)
- Bei Modellen mit Random Slope:
  - Random Intercept muss vorhanden sein
  - Fester Slope muss vorhanden sein
  - Random Slopes nur für Level 1-Prädiktoren sinnvoll
  - Anzahl der Random Slopes pro Modell so gering wie möglich halten (und theoretisch fundiert begründen)
- Kontexteinheiten, die wenig Informationen für Modellparameter liefern (z.B. eine Schule mit nur einem Schüler im Datensatz) nicht löschen

Logistisches Mehrebenenmodell

- Logistische Mehrebenenmodelle kommen bei binären (dichotomen) abhängigen Variablen zum Einsatz
- In STATA stehen die Befehle xtlogit (äquivalent zu xtreg), xtmelogit (äquivalent zu xtmixed) und gllamm zur Verfügung
- Wie bei metrischen AV, können mit xtlogit lediglich Modelle mit zwei Ebenen und Random Intercept geschätzt werden
- Für Modelle mit Random Slope oder mehr als zwei Ebenen kommt xtmelogit zum Einsatz (gllamm wird nicht mehr empfohlen)
- (eine multionomiale logistische Mehrebenenregression ist mit STATA derzeit nur über Umwege schätzbar: http://www.stata.com/stata-news/news29-2/xtmlogit/)

Logistisches Mehrebenenmodell

- Formal ist das $logit_{ij}$ (i für Personen, j für Cluster) definiert als die logarithmierte Chance, dass die abhängige Variable den Wert 1 aufweist (→ Skript logistische Regression)
- Eine Chance ist das Verhältnis von zwei Wahrscheinlichkeiten: Wahrscheinlichkeit, dass die abhängige Variable den Wert 1 annimmt, π_{ij}, dividiert durch die Gegenwahrscheinlichkeit (AV = 0)

Logistisches Mehrebenenmodell

Klasse	Gleichungen
Logistisches Modell mit Random Intercept und Level 1-Prädiktor	Level 1: $\text{logit}_{\text{ij}} = \ln\left(\dfrac{\pi_{ij}}{1-\pi_{ij}}\right) = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Logistisches Mehrebenenmodell

- Beispieldaten: PISA 2000 für die USA (2.069 15jährige Schüler in 148 Schulen, pisaUSA2000.dta)
- AV: Lesefertigkeit („pass_read“, dichotom, 0 oder 1)
- Unabhängige Variablen:
  - Geschlecht („female“)
  - International socioeconomic index („isei“)
  - Dummy: Höchstes Bildungsniveau eines Elternteils ist High School („high_school“)
  - Dummy: Höchstes Bildungsniveau eines Elternteils ist College („college“)
  - Dummy: Testsprache wird zu Hause gesprochen („test_lang“)
  - Dummy: Ein Elternteil nicht in USA geboren („one_for“)
  - Dummy: Beide Elternteile nicht in USA geboren („both_for“)

Logistisches Mehrebenenmodell

```
Random-effects logistic regression              Number of obs      =      2069
Group variable: id_school                       Number of groups   =       148

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         1
                                                               avg =      14.0
                                                               max =        28

                                                Wald chi2(0)       =         .
Log likelihood  =  -1315.448                    Prob > chi2        =         .
```

pass_read	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
_cons	-.7058536	.0972925	-7.25	0.000	-.8965434	-.5151639
/lnsig2u	-.1933886	.2076942			-.6004617	.2136845
sigma_u	.9078335	.0942759			.7406472	1.112759
rho	.2003295	.0332721			.1429123	.2734551

```
Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) =   132.85 Prob >= chibar2 = 0.000
```

xtlogit pass_read, i(id_school) intpoints(30)

Logistisches Mehrebenenmodell

- Die Intraklassenkorrelation wird bei logistischen Mehrebenenmodellen wie folgt berechnet:

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{(\pi^2 / 3 + \sigma_{u0}^2)} = \frac{0{,}908^2}{3{,}29 + 0{,}908^2} = 0{,}20$$

- σ_{u0}^2 ist wiederum die Varianz des Random Intercept (Level 2-Varianz, geschätzt durch u_{0j}) und $\pi^2 / 3$ ist die Residualvarianz (Level 1) in der Logit-Funktion
- Der Likelihood-Ratio-Test in der letzten Zeile des Modelloutputs testet wiederum die Nullhypothese, dass die Varianz des Random Intercept 0 ist (abzulehnen, da $p < 0{,}000$)

Logistisches Mehrebenenmodell

```
Mixed-effects logistic regression               Number of obs      =      2069
Group variable: id_school                       Number of groups   =       148

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      14.0
                                                               max =        28

Integration points =  30                        Wald chi2(0)       =         .
Log likelihood =  -1315.448                     Prob > chi2        =         .

------------------------------------------------------------------------------
   pass_read |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |  -.7058538   .0972925    -7.25   0.000    -.8965436    -.515164
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id_school: Identity          |
                   sd(_cons) |   .9078336   .0942759      .7406473    1.112759
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. logistic regression: chibar2(01) =   132.85 Prob>=chibar2 = 0.0000
```

xtmelogit pass_read || id_school:, intpoints(30)

Logistisches Mehrebenenmodell

- Eine Alternative zum logistischen Mehrebenenmodell ist das konventionelle logistische Modell (logit) mit robusten Standardfehlern (cluster-Option, siehe nächte Folie)
- Die Standardfehler sind in beiden Fällen korrekt, die Koeffizienten geben aber inhaltlich verschiedene Aspekte wieder:
  - Obwohl im logistischen Mehrebenenmodell nicht die gesamte Level 2-Varianz (Schulvarianz) kontrolliert wird, handelt es sich um schülerspezifische (konditionale) Effekte innerhalb von Schulen
  - Die logistische Regression schätzt dagegen „population-averaged“ oder marginale Wahrscheinlichkeiten, in die beide Varianzquellen (innerhalb und zwischen Schulen) voll einfließen

Logistisches Mehrebenenmodell

```
Logistic regression                               Number of obs   =       2069
                                                  Wald chi2(7)    =     174.22
                                                  Prob > chi2     =     0.0000
Log pseudolikelihood = -1281.9861                 Pseudo R2       =     0.0723

                            (Std. Err. adjusted for 148 clusters in id_school)
------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
   pass_read |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      female |   .4709167   .0970292     4.85   0.000      .280743    .6610904
        isei |   .0252886   .0028178     8.97   0.000     .0197658    .0308114
 high_school |    .539998   .2418617     2.23   0.026     .0659577    1.014038
     college |   .8773581   .2376794     3.69   0.000      .411515    1.343201
     one_for |  -.0758862   .1860276    -0.41   0.683    -.4404935    .2887211
    both_for |   .1613949   .2637505     0.61   0.541    -.3555465    .6783363
   test_lang |   .8441367   .2658181     3.18   0.001     .3231429    1.365131
       _cons |  -3.434445   .3756572    -9.14   0.000    -4.170719    -2.69817
------------------------------------------------------------------------------
```

logit pass_read female isei high_school college one_for both_for test_lang, cluster(id_school)

Logistisches Mehrebenenmodell

```
Random-effects logistic regression              Number of obs      =      2069
Group variable: id_school                       Number of groups   =       148

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         1
                                                               avg =      14.0
                                                               max =        28

                                                Wald chi2(7)       =    116.85
Log likelihood  = -1252.8108                    Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
   pass_read |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      female |   .5422158   .1031921     5.25   0.000      .339963    .7444687
        isei |   .0206763    .003284     6.30   0.000     .0142397    .0271129
 high_school |    .444795   .2565117     1.73   0.083    -.0579587    .9475486
     college |   .7968814   .2550522     3.12   0.002     .2969882    1.296775
     one_for |   .0112566   .2244283     0.05   0.960    -.4286149    .4511281
    both_for |   .1507841   .2376408     0.63   0.526    -.3149833    .6165514
   test_lang |   .7825109   .2834803     2.76   0.006     .2268997    1.338122
       _cons |  -3.279322   .3811213    -8.60   0.000    -4.026306   -2.532338
-------------+----------------------------------------------------------------
    /lnsig2u |  -.6666381   .2500984                     -1.156822   -.1764541
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |   .7165416    .089603                      .5607888     .915553
         rho |   .1349964   .0292046                      .0872512    .2030562
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) =    58.35 Prob >= chibar2 = 0.000
```

xtlogit pass_read female isei high_school college one_for both_for test_lang, i(id_school) intpoints(30)

Logistisches Mehrebenenmodell

- Bei logistischen Regressionen können Logit-Koeffizienten, Odds-Ratios oder auch Average Marginal Effects (AME) interpretiert werden
- Um Odds-Ratios anstelle von Logit-Koeffizienten zu erhalten, wird bei `xtlogit` oder `xtmelogit` die `or`-Option verwendet
- Average Marginal Effects lassen sich in STATA 12 mit dem Befehl `margins, dydx(varlist)` erzeugen
- Korrekte AME für Interaktionseffekte erzeugt der Befehl `inteff` (muss zunächst installiert werden)

Logistisches Mehrebenenmodell

```
Random-effects logistic regression              Number of obs      =      2069
Group variable: id_school                       Number of groups   =       148

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         1
                                                               avg =      14.0
                                                               max =        28

                                                Wald chi2(7)       =    116.85
Log likelihood  = -1252.8108                    Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
   pass_read |         OR   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      female |   1.719813   .1774712     5.25   0.000     1.404896    2.105323
        isei |   1.020892   .0033526     6.30   0.000     1.014342    1.027484
 high_school |    1.56017   .4002019     1.73   0.083     .9436889    2.579379
     college |   2.218611   .5658617     3.12   0.002     1.345799    3.657481
     one_for |    1.01132   .2269689     0.05   0.960     .6514108    1.570082
    both_for |   1.162746   .2763158     0.63   0.526     .7298011    1.852528
   test_lang |   2.186957   .6199591     2.76   0.006     1.254704    3.811878
-------------+----------------------------------------------------------------
    /lnsig2u |  -.6666381   .2500984                     -1.156822   -.1764541
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |   .7165416    .089603                      .5607888     .915553
         rho |   .1349964   .0292046                      .0872512    .2030562
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) =    58.35 Prob >= chibar2 = 0.000
```

xtlogit pass_read female isei high_school college one_for both_for test_lang, i(id_school) intpoints(30) or

Logistisches Mehrebenenmodell

```
. margins, dydx (female isei high_school college one_for both_for test_lang)

Average marginal effects                          Number of obs   =       2069
Model VCE    : OIM

Expression   : Linear prediction, predict()
dy/dx w.r.t. : female isei high_school college one_for both_for test_lang
```

	dy/dx	Delta-method Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
female	.5422158	.1031921	5.25	0.000	.339963	.7444687
isei	.0206763	.003284	6.30	0.000	.0142397	.0271129
high_school	.444795	.2565117	1.73	0.083	-.0579587	.9475486
college	.7968814	.2550522	3.12	0.002	.2969882	1.296775
one_for	.0112566	.2244283	0.05	0.960	-.4286149	.4511281
both_for	.1507841	.2376408	0.63	0.526	-.3149833	.6165514
test_lang	.7825109	.2834803	2.76	0.006	.2268997	1.338122

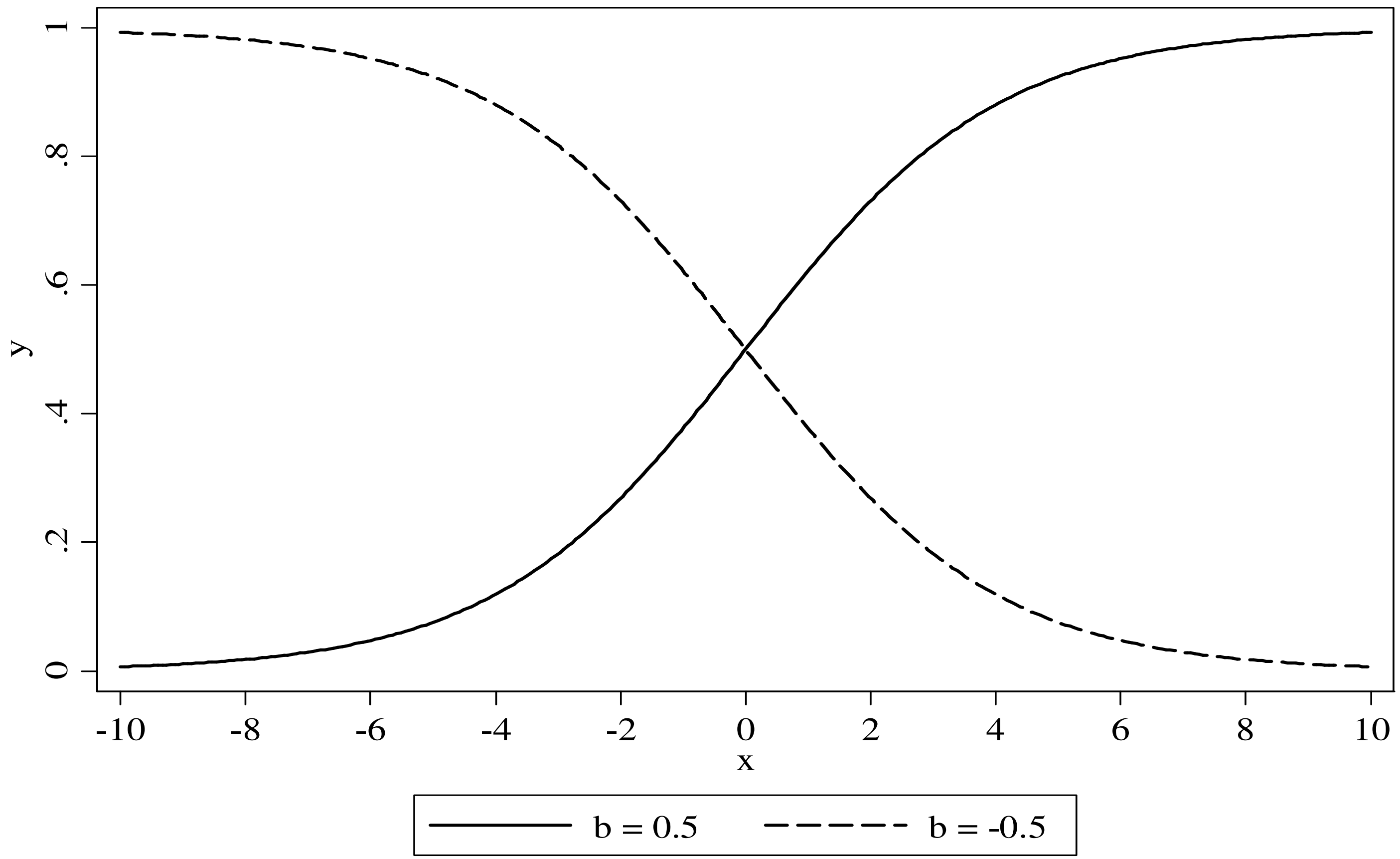
Logistisches Mehrebenenmodell

- Interpretationsbeispiel für den Effekt von „female“:
  - Die logarithmierte Chance, eine Lesefertigkeit zu besitzen, liegt bei weiblichen Schülern, verglichen mit männlichen Schülern, um 0,54 Einheiten höher (xtlogit-Modell mit Logit-Koeffizienten)
  - Die Chance, eine Lesefertigkeit zu besitzen, ist bei weiblichen Schülern 1,72 mal so hoch (oder 72% höher) als bei Männern (xtlogit-Modell mit Odds Ratios)
  - Die Wahrscheinlichkeit, eine Lesefertigkeit zu besitzen, ist bei weiblichen Schülern 54,2 Prozentpunkte höher als bei männlichen (Average Marginal Effect)
  - (gilt jeweils bei Kontrolle aller anderen Prädiktoren)

Logistisches Mehrebenenmodell

- Interpretationsbeispiel für den Effekt von „isei“:
  - Die logarithmierte Chance, eine Lesefertigkeit zu besitzen, erhöht sich pro Einheit Anstieg von „isei“ um 0,0207 (Logit)
  - Die Chance, eine Lesefertigkeit zu besitzen, erhöht sich pro Einheit Anstieg von „isei“ um 0,0209 (0,209%; Odds Ratio)
  - Die Wahrscheinlichkeit, eine Lesefertigkeit zu besitzen, erhöht sich pro Einheit Anstieg von „isei“ um <u>durchschnittlich</u> 0,0207 (etwa 2,1 Prozentpunkte; Average Marginal Effect)
  - Bei metrischen Prädiktoren zu beachten: Der Anstieg der Wahrscheinlichkeit über den Wertebereich eines metrischen Prädiktors verläuft in logistischen Modellen nicht linear (siehe die s-förmige logistische Funktion nächste Folie)

Logistisches Mehrebenenmodell



Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- **Paneldaten** = Hier werden (a) die Werte der gleichen Variablen (b) zu mehreren Zeitpunkten mit (c) einer identischen Stichprobe erhoben
- Paneldaten sind hierarchisch mit personenspezifischen Messzeitpunkten auf Ebene 1 und Personen auf Ebene 2
- Bei der modernen Panelanalyse werden z.B. die folgenden Varianten verwendet, die im Folgenden vorgestellt werden:
  - „Random Effects“ **(RE-)Modell** (ein Modell mit Random Intercept, erweiterbar um einen Random Slope zu sog. Wachstumskurven-modellen) für metrische AV und binäre AV
  - „Fixed Effects“ **(FE-)Modell** für metrische und binäre AV

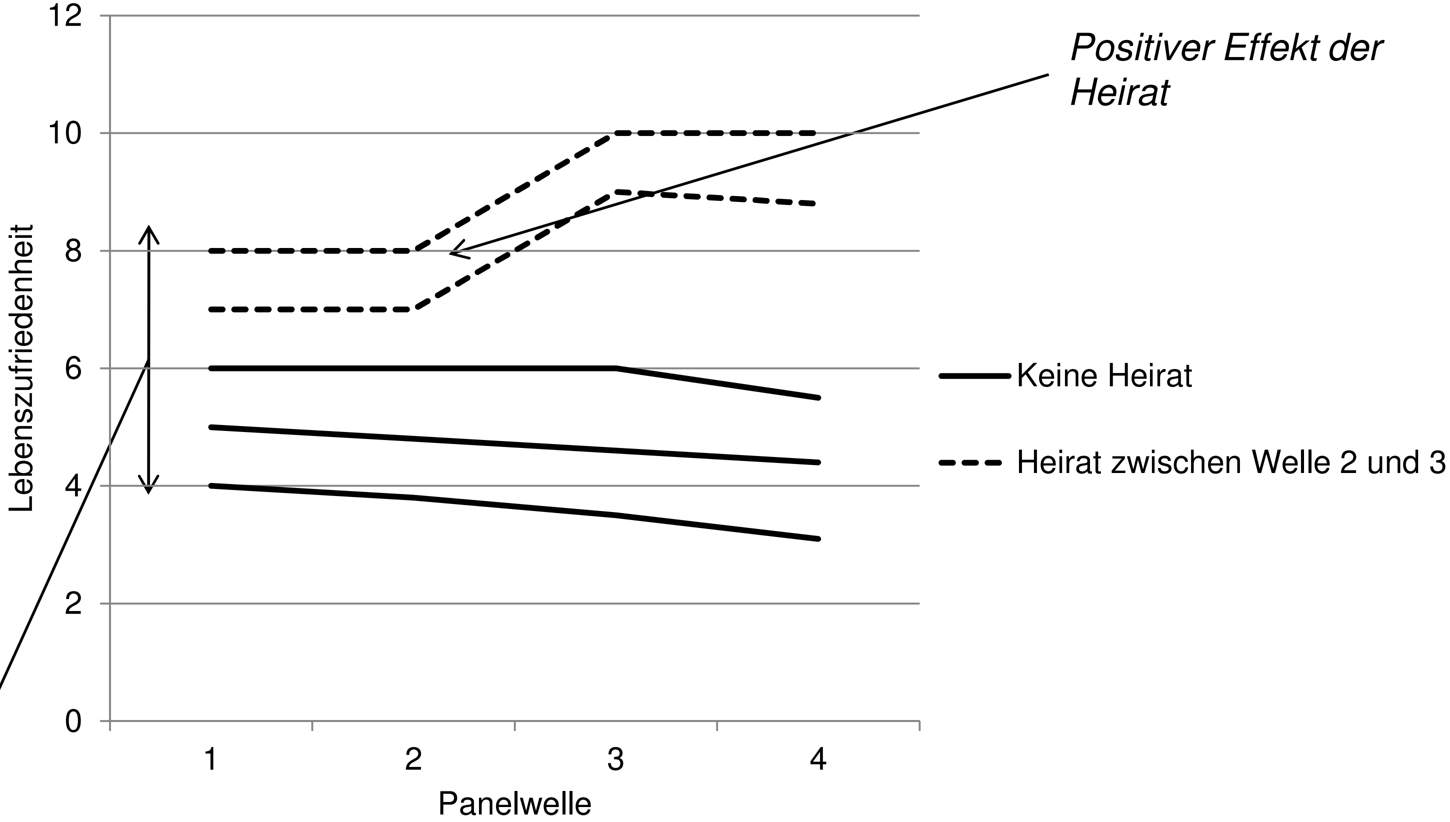
Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Zwei Variablenarten:
  - **„between person“** (nur Level 2-Variation): Variablen, die sich zwischen Personen unterscheiden, über die Zeit aber nicht variieren (z.B. Geschlecht, Geburtskohorte)
  - **„within person“** (Variation zwischen und innerhalb von Personen): alle zeitveränderlichen Merkmale wie Alter, Lebenszufriedenheit, Familienstand usw.
- Im RE-Modell können beide Variablenarten berücksichtigt werden, hier werden gleichzeitig die Variation zwischen und innerhalb von Personen analysiert
- Das FE-Modell berücksichtigt nur „within person“ Variablen, nur die Variation innerhalb von Personen über die Zeit wird analysiert

Panelanalyse: RE- und FE-Model*le*

- Vereinfachtes Beispiel: Datensatz von 5, im Ausgangszustand ledigen Personen
- AV: Lebenszufriedenheit (10-fach abgestuft), UV: Heirat
- Auf der nächsten Folie ist die Entwicklung der Lebenszufriedenheit bei diesen 5 Personen über 4 Panelwellen dargestellt
- Die gestrichelten Linien stehen für Personen, die jeweils zwischen Welle 2 und 3 heiraten
- Die durchgezogenen Linien repräsentieren Personen, die innerhalb des Beobachtungszeitraums nicht heiraten

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle



Positiver Effekt der Heirat

Selbstselektion: Personen, die heiraten, sind bereits vor der Heirat zufriedener

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Die Abbildung deutet auf das Vorliegen von drei Effekten hin:
  - Erstens gibt es einen schwachen, negativen Alters- bzw. Periodeneffekt, da die Lebenszufriedenheit über die Zeit hinweg tendenziell abfällt
  - Zweitens finden sich Hinweise auf eine Selbstselektion: Diejenigen Personen, die heiraten, sind im Durchschnitt schon vor der Heirat zufriedener als die Personen, die nicht heiraten
  - Drittens zeigt sich ein kausaler (positiver) Effekt der Heirat auf die Zufriedenheit. Diese erhöht sich im Anschluss an die Heirat zwischen den Wellen 2 und 3 deutlich; in der Kontrollgruppe ohne Heirat zeigt sich dieser Effekt nicht

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Beispieldaten: Panel Study of Income Dynamics (returns_wide.dta; 595 Haushaltsvorstände im Alter von 18-65 Jahren im Jahr 1976 und Erwerbseinkommen im Beobachtungszeitraum der Jahre 1976-1982)
- Abhängige Variable: Logarithmierter Stundenlohn in Dollar („lwage“)
- Unabhängige Variablen:
  - Berufserfahrung (Vollzeitjahre, „exp“)
  - Arbeitswochen („wks“)
  - Dummy: Blue-Collar-Beruf („occ“)
  - Dummy: Arbeit in produzierender Insustrie („ind“)
  - Dummy: Wohnort Süden der USA („south“)
  - Dummy: Wohnort in „standard metropolitan statistical area“ („smsa“)
  - Dummy: verheiratet („ms“)
  - Dummy: In einer Partnerschaft („union“)
  - Weiblich („fem“)
  - Bildungsjahre („ed“)
  - Schwarz („blk“)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Bei Paneldaten müssen die Daten ab drei Wellen vom Wide- in das Long-Format umstrukturiert werden, um entsprechende Regressionsverfahren wie `xtreg` anwenden zu können
- Im Wide-Format entspricht jede Zeile einem logischen Fall (z.B. einer Person) und jede Spalte einer Variablen (siehe nächste Folie)
- Bei Paneldaten sind dabei wellenspezifische Variablenausprägungen in verschiedenen Variablen codiert (z.B. „occ1976“ und „occ1977“)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

	nr	exp1976	wks1976	occ1976
1	1	3	32	0
2	2	30	34	1
3	3	6	50	1
4	4	31	52	1
5	5	10	50	1
6	6	26	44	1
7	7	15	46	1
8	8	23	51	1
9	9	3	50	0
10	10	3	49	0
11	11	24	47	1
12	12	21	47	1
13	13	26	48	1
14	14	15	45	0
15	15	9	50	0
16	16	16	50	1
17	17	16	49	0
18	18	25	47	0
19	19	40	37	1
20	20	25	50	0

[…]

exp1978	wks1978	occ1978
5	40	0
32	33	1
8	50	1
33	46	1
12	40	1
28	47	1
17	49	1
25	50	1
5	50	0
5	46	0
26	45	1
23	47	1
28	50	1
17	45	0
11	48	0
18	48	1
18	49	0
27	47	0
42	50	1
27	49	0

…

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Mit dem folgenden Befehl werden Daten vom Wide- ins Long-Formst umstrukturiert:

  reshape long [stubnames], i[varname] j[varname]

- Die unter “i” angegebene Variable identifiziert den jeweiligen logischen Fall, z.B. eine Person
- Die unter „j“ angegebene Variable wird neu gebildet und entspricht der Nummer der fallpezifischen Beobachtung (z.B. Panelwelle)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Um die (zeitliche) Ordnung der fallspezifischen Beobachtungen festzulegen, müssen die Variablen der Variablenliste im Wide-Format aufsteigende Nummern am Ende des Variablennamens haben (z.B. „ind1977“, „ind1978“)
- „stubname“ bedeutet dabei, dass die Zahlen nicht mit angegeben werden (geschrieben wird im Beispiel „ind“ anstelle von „ind1977“, „ind1978“ usw.)
- Für das Beispiel erzeugt der folgende Befehl das Long-Format:

```
reshape long  exp wks occ ind south smsa ms fem union ed blk lwage, i(nr) j(year)
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
. reshape long  exp wks occ ind south smsa ms fem union ed blk lwage, i(nr) j(year)
(note: j = 1976 1977 1978 1979 1980 1981 1982)

Data                                   wide   ->   long
-----------------------------------------------------------------------------
Number of obs.                          595   ->    4165
Number of variables                      85   ->      14
j variable (7 values)                         ->   year
xij variables:
            exp1976 exp1977 ... exp1982   ->   exp
            wks1976 wks1977 ... wks1982   ->   wks
            occ1976 occ1977 ... occ1982   ->   occ
            ind1976 ind1977 ... ind1982   ->   ind
      south1976 south1977 ... south1982   ->   south
         smsa1976 smsa1977 ... smsa1982   ->   smsa
               ms1976 ms1977 ... ms1982   ->   ms
            fem1976 fem1977 ... fem1982   ->   fem
      union1976 union1977 ... union1982   ->   union
               ed1976 ed1977 ... ed1982   ->   ed
            blk1976 blk1977 ... blk1982   ->   blk
      lwage1976 lwage1977 ... lwage1982   ->   lwage
-----------------------------------------------------------------------------
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

	nr	year	exp	wks	occ	ind	south
1	1	1976	3	32	0	0	1
2	1	1977	4	43	0	0	1
3	1	1978	5	40	0	0	1
4	1	1979	6	39	0	0	1
5	1	1980	7	42	0	1	1
6	1	1981	8	35	0	1	1
7	1	1982	9	32	0	1	1
8	2	1976	30	34	1	0	0
9	2	1977	31	27	1	0	0
10	2	1978	32	33	1	1	0
11	2	1979	33	30	1	1	0
12	2	1980	34	30	1	1	0
13	2	1981	35	37	1	1	0
14	2	1982	36	30	1	1	0
15	3	1976	6	50	1	1	0
16	3	1977	7	51	1	1	0
17	3	1978	8	50	1	1	0
18	3	1979	9	52	1	1	0
19	3	1980	10	52	1	1	0
20	3	1981	11	52	1	1	0

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Bei Benutzung von xtreg kann der Datensatz mit xtset zum Paneldatensatz erklärt werden, wobei zunächst die Variable angegeben wird, welche die Untersuchungseinheit identifiziert und dann die Variable, welche den Messzeitpunkt definiert:

```
. xtset nr year
       panel variable:  nr (strongly balanced)
        time variable:  year, 1976 to 1982
                delta:  1 unit
```

- STATA merkt sich diese Struktur für alle weiteren Befehle

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Mit xtdescribe erhält man einen Überblick darüber, ob der Paneldatensatz balanciert ist (jede Untersuchungseinheit ist zu jedem Messzeitpunkt vertreten) oder welche Muster im unbalancierten Datensatz auftreten:

```
. xtdescribe

      nr:  1, 2, ..., 595                                    n =        595
    year:  1976, 1977, ..., 1982                             T =          7
           Delta(year) = 1 unit
           Span(year)  = 7 periods
           (nr*year uniquely identifies each observation)

Distribution of T_i:   min      5%     25%       50%       75%     95%     max
                         7       7       7         7         7       7       7

     Freq.  Percent    Cum. |  Pattern
 ---------------------------+---------
      595    100.00  100.00 |  1111111
 ---------------------------+---------
      595    100.00         |  XXXXXXX
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Bei Paneldaten sind Messzeitpunkte (Level 1) in Personen (Level 2) geschachtelt
- Die Intraklassenkorrelation (ICC; rho = 0,68) sagt daher aus, dass 68% der Varianz in den Daten durch Unterschiede zwischen Personen zustande kommen und 32% durch Unterschiede innerhalb von Personen, also Veränderungen des Einkommens
- Je höher der ICC bei Paneldaten, desto zeitlich stabiler ist das Merkmal

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
. xtreg lwage, mle
Iteration 0:   log likelihood = -1120.3668
Iteration 1:   log likelihood = -1120.3661

Random-effects ML regression                    Number of obs      =      4165
Group variable: nr                              Number of groups   =       595

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         7
                                                               avg =       7.0
                                                               max =         7

                                                Wald chi2(0)       =      0.00
Log likelihood  = -1120.3661                    Prob > chi2        =         .

------------------------------------------------------------------------------
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |   6.676346   .0161486   413.43   0.000     6.644696    6.707997
-------------+----------------------------------------------------------------
    /sigma_u |   .3814879   .0117943                      .3590579    .4053191
    /sigma_e |    .259633   .0030726                      .2536801    .2657256
         rho |   .6834387   .0144449                      .6546137    .7111905
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01)= 3136.88 Prob>=chibar2 = 0.000
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
Random-effects ML regression                    Number of obs      =      4165
Group variable: nr                              Number of groups   =       595

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         7
                                                               avg =       7.0
                                                               max =         7

                                                LR chi2(12)        =   2856.48
Log likelihood  =  307.87331                    Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         exp |   .1072079   .0024832    43.17   0.000      .102341    .1120748
        expq |  -.0005146   .0000545    -9.44   0.000    -.0006214   -.0004077
         wks |   .0008401   .0006039     1.39   0.164    -.0003435    .0020237
         occ |  -.0251183   .0137761    -1.82   0.068    -.0521189    .0018822
         ind |   .0137957   .0152879     0.90   0.367    -.0161681    .0437595
       south |   .0057702   .0315859     0.18   0.855    -.0561369    .0676774
        smsa |  -.0474777    .018957    -2.50   0.012    -.0846327   -.0103227
          ms |  -.0413826   .0189917    -2.18   0.029    -.0786056   -.0041596
         fem |  -.1756221   .1130883    -1.55   0.120    -.3972711     .046027
       union |   .0387287   .0148103     2.61   0.009      .009701    .0677565
          ed |   .1356154   .0126737    10.70   0.000     .1107754    .1604554
         blk |  -.2612074   .1374601    -1.90   0.057    -.5306244    .0082095
       _cons |   3.126217   .1775977    17.60   0.000     2.778132    3.474302
-------------+----------------------------------------------------------------
    /sigma_u |   .8394941   .0276607                      .7869936    .8954969
    /sigma_e |   .1533452   .0018566                      .1497493    .1570276
         rho |   .9677113   .0022638                      .9630158    .9719034
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01)= 3662.25 Prob>=chibar2 = 0.000
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- „fem“, „ed“ und „blk“ sind Level 2-Variablen, tragen also ausschließlich zu zeitkonstanten Unterschieden zwischen Personen bei
- Alle anderen Variablen können sich prinzipiell verändern und zu Level 1-Varianz beitragen
- Die Varianz zwischen Personen wird durch den Random Intercept nur teilweise kontrolliert, in den Effekten zeitveränderlicher Variablen ist auch Level 2-Varianz zwischen Personen enthalten
- Das Modell ist daher anfällig für Selbstselektion
- Beispiel: Haben Personen, die heiraten, mehr Einkommen (Selektion) oder führt eine Heirat zu Veränderungen des Einkommens (Kausalität)?

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Zur Bestimmung von kausalen Effekten von zeitveränderlichen Variablen (z.B. Ereignisse wie die Heirat) empfiehlt es sich daher explizit nicht, das konventionelle Mehrebenenmodell zu verwenden
- Alternative Möglichkeiten:
  a. Test auf signifikante Effekt-Unterschiede zwischen RE- und FE-Modell mit dem Hausman-Test
  b. Berechnung eines Modells mit Fixed Effects, das ausschließlich Veränderungen innerhalb von Personen berücksichtigt (xtreg mit fe-Option)
  c. Berechnung eines **Hybrid-Modells** (xtreg mit Random Intercept), bei dem bei zeitveränderlichen Variablen eine Zentrierung um den Personenmittelwert vorgenommen wird

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Der **Hausman-Test** vergleicht die standardisierte Differenz der Parameterschätzer eines FE- und RE-Modells
- Nullhypothese: Die Schätzer beider Modelle sind identisch
- Im Beispiel wird der Heiratseffekt zwischen FE- und RE-Modell verglichen (nächste Folie)
- Da p < 0,0000, ist die Nullhypothese abzulehnen, beide Schätzer weichen signifikant voneinander ab und das FE-Modell (bzw. ein Hybrid-Modell) ist dem RE-Modell vorzuziehen

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
xtreg lwage ms
estimates store random

xtreg lwage ms, fe
estimates store fixed

hausman fixed random
```

```
. hausman fixed random

                 ---- Coefficients ----
             |      (b)          (B)            (b-B)     sqrt(diag(V_b-V_B))
             |     fixed        random       Difference          S.E.
-------------+----------------------------------------------------------------
          ms |   -.0833546     .0983045       -.1816592        .0196869
------------------------------------------------------------------------------
                           b = consistent under Ho and Ha; obtained from xtreg
            B = inconsistent under Ha, efficient under Ho; obtained from xtreg

    Test:  Ho:  difference in coefficients not systematic

                  chi2(1) = (b-B)'[(V_b-V_B)^(-1)](b-B)
                          =       85.15
                Prob>chi2 =      0.0000
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

Klasse	**Gleichungen**
Panelmodell mit Fixed Effects und Level 1-Prädiktor	$Y_{it} - \overline{Y}_i = \beta_1 (X_{it} - \overline{X}_i) + r_{it} - \overline{r}_i$ i = 1,2…, n Level 2-Einheiten (z.B. Personen) t = 1,2,…, m Level 1-Einheiten (Messzeitpunkte)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
Fixed-effects (within) regression               Number of obs      =      4165
Group variable: nr                              Number of groups   =       595

R-sq:  within  = 0.6581                         Obs per group: min =         7
       between = 0.0261                                        avg =       7.0
       overall = 0.0461                                        max =         7

                                                F(9,3561)          =    761.75
corr(u_i, Xb)  = -0.9100                        Prob > F           =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
       lwage |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         exp |   .1132083    .002471    45.81   0.000     .1083635    .1180531
        expq |  -.0004184   .0000546    -7.66   0.000    -.0005254   -.0003113
         wks |   .0008359   .0005997     1.39   0.163    -.0003398    .0020117
         occ |  -.0214765   .0137837    -1.56   0.119    -.0485012    .0055482
         ind |   .0192101   .0154463     1.24   0.214    -.0110744    .0494946
       south |  -.0018612   .0342993    -0.05   0.957    -.0691094     .065387
        smsa |  -.0424691   .0194284    -2.19   0.029     -.080561   -.0043773
          ms |  -.0297259   .0189836    -1.57   0.117    -.0669456    .0074939
         fem |  (omitted)
       union |   .0327849   .0149229     2.20   0.028     .0035266    .0620431
          ed |  (omitted)
         blk |  (omitted)
       _cons |   4.648767    .046022   101.01   0.000     4.558535    4.738999
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |  1.0338102
     sigma_e |  .15199444
         rho |  .97884144   (fraction of variance due to u_i)
------------------------------------------------------------------------------
F test that all u_i=0:     F(594, 3561) =    30.93           Prob > F = 0.0000
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Berechnung des Personenmittelwertes jeder Variablen und Zentrierung zeitveränderlicher Variablen um diesen Personenmittelwert:

```
egen mexp = mean(exp), by(nr)
gen dexp = exp-mexp

egen mexpq = mean(expq), by(nr)
gen dexpq = expq-mexpq

egen mwks = mean(wks), by(nr)
gen dwks = wks-mwks

egen mocc = mean(occ), by(nr)
gen docc = occ-mocc

egen mind = mean(ind), by(nr)
gen dind = ind-mind

egen msouth = mean(south), by(nr)
gen dsouth = south-msouth

egen msmsa = mean(smsa), by(nr)
gen dsmsa = smsa-msmsa

egen mms = mean(ms), by(nr)
gen dms = ms-mms

egen munion = mean(union), by(nr)
gen dunion = union-munion
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
Random-effects ML regression                    Number of obs      =      4165
Group variable: nr                              Number of groups   =       595

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         7
                                                               avg =       7.0
                                                               max =         7

                                                LR chi2(21)        =   4299.55
Log likelihood  =  1029.4087                    Prob > chi2        =    0.0000
```

lwage	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
fem	-.3170612	.0541241	-5.86	0.000	-.4231426	-.2109798
ed	.051436	.0054935	9.36	0.000	.0406688	.0622031
blk	-.1578043	.0445174	-3.54	0.000	-.2450569	-.0705517
mexp	.0319011	.0047244	6.75	0.000	.0226415	.0411608
dexp	.1132083	.0024679	45.87	0.000	.1083712	.1180453
mexpq	-.0005656	.0001037	-5.45	0.000	-.0007689	-.0003624
dexpq	-.0004184	.0000545	-7.67	0.000	-.0005252	-.0003115
mwks	.0091891	.0035648	2.58	0.010	.0022022	.016176
dwks	.0008359	.0005989	1.40	0.163	-.0003379	.0020098
mocc	-.1676197	.0334452	-5.01	0.000	-.2331711	-.1020683
docc	-.0214765	.0137663	-1.56	0.119	-.0484579	.0055049
mind	.0579175	.0252607	2.29	0.022	.0084076	.1074275
dind	.0192101	.0154268	1.25	0.213	-.0110259	.0494461
msouth	-.0570535	.0256826	-2.22	0.026	-.1073905	-.0067166
dsouth	-.0018612	.034256	-0.05	0.957	-.0690017	.0652794
msmsa	.1757753	.0254739	6.90	0.000	.1258475	.2257032
dsmsa	-.0424691	.0194038	-2.19	0.029	-.0805	-.0044383
mms	.1147817	.0471736	2.43	0.015	.0223232	.2072401
dms	-.0297259	.0189596	-1.57	0.117	-.066886	.0074343
munion	.1090687	.0289107	3.77	0.000	.0524046	.1657327
dunion	.0327849	.014904	2.20	0.028	.0035735	.0619962
_cons	5.121431	.2020057	25.35	0.000	4.725507	5.517355
/sigma_u	.2596501	.0078958			.2446267	.2755962
/sigma_e	.1518027	.0017965			.1483221	.155365
rho	.7452632	.0124691			.7202244	.7690758

Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01)= 3870.82 Prob>=chibar2 = 0.000

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Interpretationsbeispiel für den Heiratseffekt im Hybrid-Modell:
  - Effekt von „mms“ (= 0,115, sig.): Personen, die heiraten, haben signifikant mehr Einkommen als <u>andere</u> Personen, die nicht heiraten (Varianz zwischen Personen)
  - Effekt von „dms“ (= -0,03, n.s.): <u>Dieselben</u> Personen haben nach der Heirat weniger Einkommen als vor der Heirat (Varianz innerhalb von Personen); diese Veränderung ist jedoch insignifikant
  - Effekt von „dms“ identisch mit dem Fixed-Effects-Modell (s.o.)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Beim binären logistischen FE-Modell wird die Wahrscheinlichkeit für y=1 (für Person i zum Zeitpunkt t; symbolisiert mit π_{it}) durch zeitveränderliche Prädiktoren vorhergesagt
- Zeitkonstante unbeobachtete Heterogenität ist auch hier kontrolliert
- Das Modell setzt voraus, dass sich die binäre AV bei einer Person im Beobachtungszeitraum mindestens einmal verändert
- Zum Beispiel werden bei vier Messzeitpunkten Beobachtungssequenzen [1,1,1,1] oder [0,0,0,0] nicht berücksichtigt

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

Klasse	Gleichungen
Logistisches FE-Modell	$\text{logit}_{\text{it}} = \ln\left(\frac{\pi_{it} \mid X; v_i}{1-\pi_{ij} \mid X; v_i}\right) = v_i + \beta_1 (X_{it} - \overline{X}_i)$

- Der Term v_i erfasst zeitkonstante unbeobachtete Heterogenität, konkret die personenspezifische Anzahl der Einsen im Beobachtungszeitraum
- Durch zeitveränderliche Prädiktoren wird erklärt, „wann“ diese Einsen im Zeitverlauf eintreten

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Beispieldaten: Sozio-oekonomisches Panel (Wellen 1990, 1997, 2003, 2007; N = 34.536 Personen, soep_konfession.dta)
- Abhängige Variable: Mitglied in einer Religionsgemeinschaft (ja/nein; „konfess“)
- Unabhängige Variablen:
  - „Index1“ (Jahre seit 1990) bzw. „periodeln“ (logarithmierte Jahre seit 1990)
  - Geschlechtsdummy („mann“)
  - Aktueller Wohnort in neuen Bundesländern („ost“)
  - Auf das 17. Lebensjahr zentriertes und quadriertes Alter („alterz17“, „alterq17“)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Im Beispiel erfasst v_i die „Basisneigung“ einer Person, Kirchenmitglied zu sein, z.B. kann eine Person bei vier Wellen (und mindestens einem Wechsel) 1-3 Einsen aufweisen
- Im FE-Logit-Modell werden die Abweichungen von dieser Basisneigung durch zeitveränderliche Prädiktoren (z.B. Alter) vorhergesagt
- Beispiel: Gegeben, eine Person ist bei drei von vier Beobachtungszeitpunkten (1997, 2003 und 2007) Kirchenmitglied, im Jahr 1990 jedoch nicht
- Im FE-Modell wird untersucht, ob die Veränderung von unabhängigen Merkmalen mit dieser Veränderung der AV kovariiert

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
. xtlogit konfess alterz17 alterq17 periodeln mann ost, fe
note: multiple positive outcomes within groups encountered.
note: 32394 groups (63324 obs) dropped because of all positive or
      all negative outcomes.
note: mann omitted because of no within-group variance.

Iteration 0:   log likelihood = -2077.0842
Iteration 1:   log likelihood = -2052.3789
Iteration 2:   log likelihood = -2052.2931
Iteration 3:   log likelihood = -2052.2931

Conditional fixed-effects logistic regression   Number of obs      =      6361
Group variable: PERSNR                          Number of groups   =      2142

                                                Obs per group: min =         2
                                                               avg =       3.0
                                                               max =         4

                                                LR chi2(4)         =    544.05
Log likelihood  = -2052.2931                    Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
     konfess |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
    alterz17 |  -.1249547    .016037    -7.79   0.000    -.1563866   -.0935227
    alterq17 |   .0020391   .0001712    11.91   0.000     .0017034    .0023747
   periodeln |  -.4826298   .0682164    -7.07   0.000    -.6163316   -.3489281
        mann |          0  (omitted)
         ost |  -1.055544   .2867947    -3.68   0.000    -1.617652    -.493437
------------------------------------------------------------------------------
```

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Die Analyse basiert lediglich auf N = 2.142 Personen (6,2% der Ausgangsstichprobe), die Veränderungen bei der AV aufweisen, d.h. entweder aus der Kirche ein- oder austreten
- Interpretationsbeispiel für den Periodeneffekt (b = -0,483): Mit fortschreitender historischer Zeit sinkt für eine individuelle Person die Wahrscheinlichkeit, dass sich die AV von 0 auf 1 verändert (Kircheneintritt) bzw. steigt die Wahrscheinlichkeit für den Wechsel 1 auf 0 (Austritt)
- Interpretationsbeispiel für „ost“ (b = -1,06): Ein Wohnortwechsel in die neuen Bundesländer (0 auf 1) senkt für eine individuelle Person die Wahrscheinlichkeit für einen Wechsel von 0 auf 1 (bzw. erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für den Wechsel 1 auf 0)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

- Zum Vergleich ein RE-Logit-Modell für die gleichen Kovariaten:
  - Dieses Modell basiert auf der vollen Stichprobe und berücksichtigt sowohl Unterschiede zwischen Personen als auch innerhalb von Personen
  - Effekte zeitkonstanter Variablen („mann“) sind schätzbar
  - Der Effekt von „ost“ speist sich hier aus zwei Quellen:
    - Personen in den neuen Bundesländern sind seltener Kirchenmitglied als in den alten (Varianz zwischen Personen)
    - Die Wahrscheinlichkeit einer Kirchenmitgliedschaft verändert sich im Zuge von Ost-West-Umzügen (Varianz innerhalb von Personen)

Panelanalyse: RE- und FE-Modelle

```
Random-effects logistic regression              Number of obs      =     69685
Group variable: PERSNR                          Number of groups   =     34536

Random effects u_i ~ Gaussian                   Obs per group: min =         1
                                                               avg =       2.0
                                                               max =         4

                                                Wald chi2(5)       =  13990.94
Log likelihood  =   -24074.7                    Prob > chi2        =    0.0000
```

konfess	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
alterz17	-.1257505	.0071787	-17.52	0.000	-.1398205	-.1116806
alterq17	.0026615	.0001261	21.11	0.000	.0024144	.0029086
periodeln	-.7459793	.027727	-26.90	0.000	-.8003232	-.6916353
mann	-1.093768	.0770945	-14.19	0.000	-1.244871	-.9426659
ost	-12.41158	.1064485	-116.60	0.000	-12.62021	-12.20294
_cons	10.48529	.1269319	82.61	0.000	10.2365	10.73407
/lnsig2u	4.01281	.0191425			3.975291	4.050328
sigma_u	7.436534	.0711769			7.298331	7.577355
rho	.9438512	.0010145			.9418294	.9458067

Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) = 1.7e+04 Prob >= chibar2 = 0.000

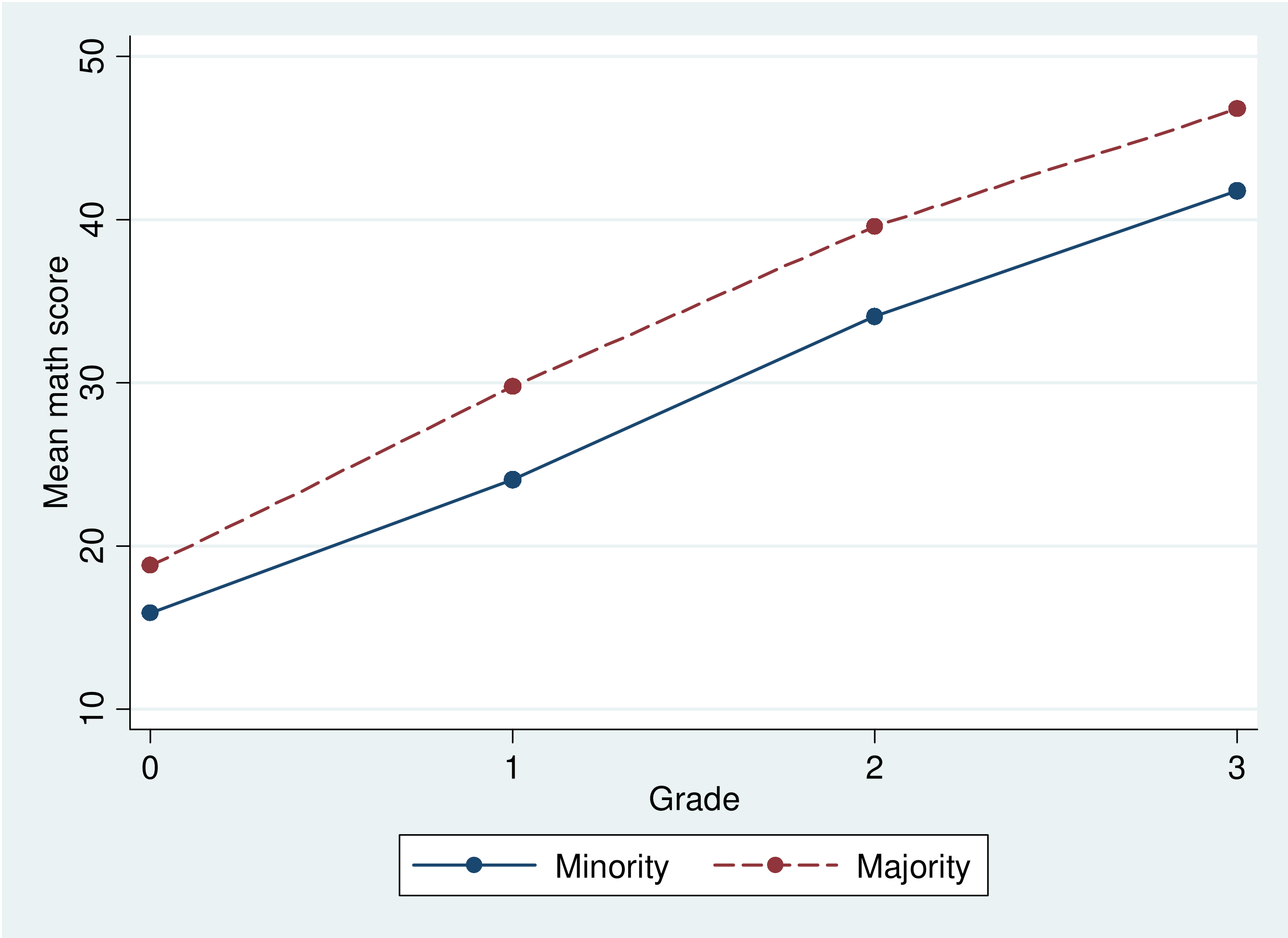
Wachstumskurvenmodell

- Wird für die Zeitvariable ein Random Slope geschätzt, spricht man von **Wachstumskurvenmodellen** („growth-curve models“)
- Der Effekt der Zeit als Level 1-Merkmal (z.B. lineare oder u-förmige zeitliche Trends) kann somit über die Level 2-Einheiten variieren, dadurch wird z.B. für jede Person ein individueller Zeittrend geschätzt
- Wird die Zeit mit Level 1- oder Level 2-Prädiktoren (z.B. dem Geschlecht) interagiert, kann erklärt werden, warum sich Personen mit bestimmten Merkmalen über die Zeit unterschiedlich entwickeln

Wachstumskurvenmodell

- Beispieldaten: National Longitudinal Survey of Youth (reading.dta, 1.677 Schüler und 2,676 Beobachtungen)
- Abhängige Variable: Prozent korrekt gelöster Aufgaben im Mathematiktest von Grade 0 (Vorschule) bis zur 3. Klasse („math“)
- Unabhängige Variablen:
  - „Grade“ (0 bis 3)
  - Dummy „Minority“

Wachstumskurvenmodell



Wachstumskurvenmodell

- Nach dem grafischen Plot der beobachteten Verläufe (vorherige Folie) scheint sich die Leistung in den beiden Gruppen auseinanderzuentwickeln
- Wir schätzen mit xtmixed ein Wachstumskurvenmodell, um dies zu überprüfen:

```
xtmixed math minority grade || id: grade, cov(unstr) mle variance residual(independent, by(grade))
```

- Für „grade“, die Zeitvariable, wird dabei ein Random Slope geschätzt, die lineare Entwicklung der Mathematikleistung der Schüler variiert also um den mittleren linearen Effekt von „grade“ (= 9,46)
- residual(independent, by(grade)**)** bewirkt, dass die Varianz der Level 1-Residuen zwischen den Klassenstufen variieren kann

Wachstumskurvenmodell

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      2676
Group variable: id                              Number of groups   =      1677

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =       1.6
                                                               max =         3


                                                Wald chi2(2)       =   5031.78
Log likelihood =  -9398.376                     Prob > chi2        =    0.0000
```

math	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
minority	-3.900027	.3268483	-11.93	0.000	-4.540637	-3.259416
grade	9.456502	.1349087	70.10	0.000	9.192086	9.720919
_cons	19.21837	.2375353	80.91	0.000	18.75281	19.68393

Random-effects Parameters	Estimate	Std. Err.	[95% Conf.	Interval]
id: Unstructured				
var(grade)	6.234922	1.878139	3.454813	11.2522
var(_cons)	9.594744	5.153797	3.348206	27.49505
cov(grade,_cons)	2.400331	2.491834	-2.483573	7.284236
Residual: Independent, by grade				
0: var(e)	25.56483	5.388368	16.91348	38.64141
1: var(e)	56.30586	4.115893	48.79011	64.97937
2: var(e)	65.796	6.17096	54.74771	79.07389
3: var(e)	26.36953	10.44715	12.13029	57.32362

```
LR test vs. linear regression:       chi2(6) =   388.33   Prob > chi2 = 0.0000
```

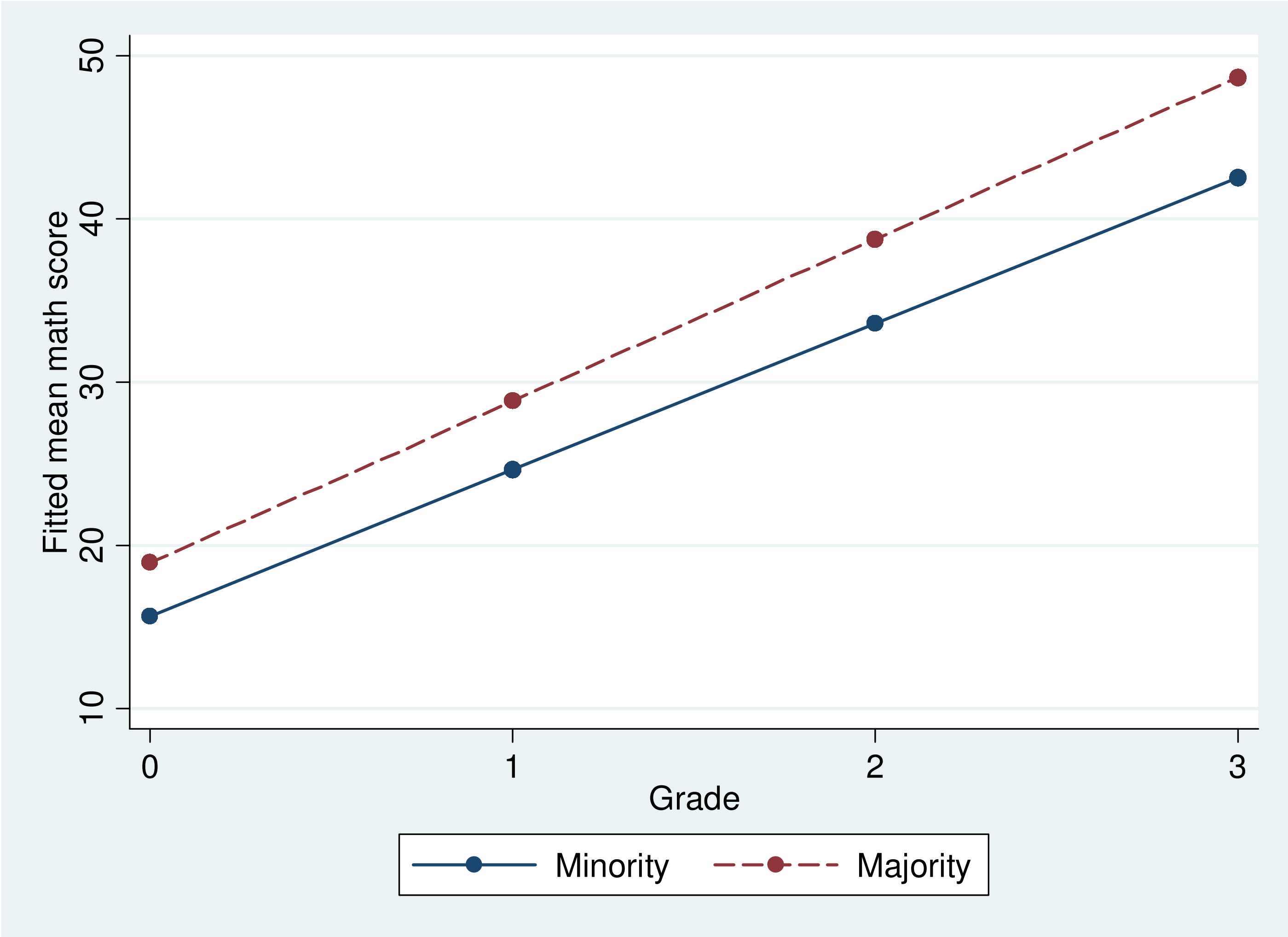
Wachstumskurvenmodell

- Nun wollen wir überprüfen, ob sich die Mathematikleistung in den beiden Gruppen tatsächlich signifikant auseinanderentwickelt
- Dazu wird ein Interaktionseffekt „minority x grade“ in das Modell aufgenommen
- Der Haupteffekt von „minority“ (= -3,26) bezieht sich nun auf grade = 0 und der mittlere Effekt von „grade“ (= 9,92) auf minority = 0
- Der signifikante, negative Interaktionseffekt (= -0,96) bestätigt, dass der positive lineare Trend in der Entwicklung der Mathematikleistung bei Schülerinnen und Schülern einer Minorität schwächer ist als in der Referenzgruppe
- Ein Plot der Vorhersagewerte dieses Modells (nächste Folie) zeigt entsprechend eine sich öffnende Schere

Wachstumskurvenmodell

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      2676
Group variable: id                              Number of groups   =      1677

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =       1.6
                                                               max =         3


                                                Wald chi2(3)       =   5073.56
Log likelihood = -9392.0728                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
    minority |  -3.264258    .370711    -8.81   0.000    -3.990838   -2.537678
       grade |    9.92356   .1865226    53.20   0.000     9.557982    10.28914
   minxgrade |  -.9612353   .2694297    -3.57   0.000    -1.489308   -.4331628
       _cons |   18.91507   .2507758    75.43   0.000     18.42355    19.40658
------------------------------------------------------------------------------


------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
id: Unstructured             |
                  var(grade) |   6.385401   1.864027      3.603341    11.31543
                  var(_cons) |   10.82042   5.141814      4.263411    27.46194
            cov(grade,_cons) |   1.940919   2.481932     -2.923579    6.805417
-----------------------------+------------------------------------------------
Residual: Independent,       |
    by grade                 |
                   0: var(e) |   24.07509   5.351783      15.57219    37.22084
                   1: var(e) |   55.91734   4.096936      48.43741    64.55236
                   2: var(e) |   65.02605   6.125149        54.064    78.21077
                   3: var(e) |   26.52265   10.41648      12.28335    57.26866
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression:       chi2(6) =   394.89   Prob > chi2 = 0.0000
```

Wachstumskurvenmodell



Wachstumskurvenmodell

- Alternativ besteht die Möglichkeit, ein FE-Wachstumskurvenmodell mit `xtreg` und `fe`-Option zu berechnen (nächste Folie)
- Der Effekt der Wechselwirkung „grade*minority“ („gradxmin“) ist wie im Random Slope-Modell negativ, signifikant und von ähnlicher Größenordnung
- Das FE-Modell ist, gegenüber dem Random Slope-Modell, nicht nur einfacher, sondern auch robuster gegenüber von Selektionseffekten, die von zeitkonstanter unbeobachteter Heterogenität verursacht werden
- Es ist angesichts dieser Vorteile des FE-Modells erstaunlich, wie unkritisch häufig RE-Wachstumskurvenmodelle empfohlen werden

Wachstumskurvenmodell

```
. xtreg math grade gradxmin, fe i(id)

Fixed-effects (within) regression               Number of obs      =      2676
Group variable: id                              Number of groups   =      1677

R-sq:  within  = 0.7826                         Obs per group: min =         1
       between = 0.4379                                        avg =       1.6
       overall = 0.5747                                        max =         3

                                                F(2,997)           =   1794.04
corr(u_i, Xb)  = -0.0981                        Prob > F           =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
        math |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       grade |    10.2621   .2335592    43.94   0.000     9.803779    10.72043
    gradxmin |  -.8117975   .3292869    -2.47   0.014    -1.457972   -.1656225
       _cons |   16.80083   .2556207    65.73   0.000     16.29921    17.30244
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |  8.0624699
     sigma_e |  7.3059626
         rho |  .54910577   (fraction of variance due to u_i)
------------------------------------------------------------------------------
F test that all u_i=0:     F(1676, 997) =     1.72           Prob > F = 0.0000
```

Literaturempfehlungen

Einführende und weiterführende Literatur zu Mehrebenenmodellen

- Luke, D. A. (2004): Multilevel modeling. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 143. Thousand Oaks: Sage
- Ditton, H. (1998): Mehrebenenanalyse. Grundlagen und Anwendungen des Hierarchisch Linearen Modells. Weinheim: Juventa.
- Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992): Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods. Newbury Park, CA: Sage..
- Kreft, I. G. G. & de Leeuw, J. (1998): Introducing multilevel modeling. Newbury Park, CA: Sage.
- Langer, W. (2004): Mehrebenenanalyse: Eine Einführung für Forschung und Praxis. Wiesbaden: VS-Verlag.
- Snijders, T. & Bosker, R. (2012): Multilevel analysis. An introduction to basic and advanced multilevel modeling. London: Sage.

Logistisches Mehrebenenmodell

- Guo, Z. & Zhao, H. (2000): Multilevel modeling for binary data. In: Annual Review of Sociology 26: 441-462.

Umsetzung der Mehrebenenanalyse in STATA

- Rabe-Hesketh, S. & Skrondal, A. (2012): Multilevel and longitudinal modeling using Stata (Volume 1 und 2). Texas: Stata Press.

Literaturempfehlungen

Logik der Panelanalyse (Einführungen)

- Brüderl, J. (2010): Kausalanalyse mit Paneldaten. In: Handbuch sozialwissenschaftliche Datenanalyse, Hrsg. Best, Henning & Christoph Wolf, 963–994. Wiesbaden: VS Verlag.
- Allison, P.D. (1994): Using panel data to estimate the effects of events. Sociological Methods & Research, 23, 174-199.
- Halaby, C. (2004): Panel models in sociological research. Annual Review of Sociology, 30, 507-544.

Mathematisch-technische Grundlagen

- Wooldridge, J. (2013): Introductory econometrics: A modern approach. Cengage Learning.
- Giesselmann/Winzio (2012): Regressionsmodelle zur Analyse von Paneldaten. Wiesbaden: Springer VS.

Fixed-Effects-Ansatz

- Allison, P.D. (2009): Fixed effects regression models. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 160. Thousand Oaks: Sage

Wachstumskurven:

- Singer, J. D. & Willett, J.B. (2003): Applied longitudinal data analysis. Oxford: Oxford University Press.